Prof. Joaquim Santos

ELEMENTOS
DE
ARITMETICA
EM
SERIES INDUTIVAS

1.ª edição
1911
Diario do Maranhão

PROLOGO

Este livro é destinado a todos quantos, tendo concluido o curso de instrução primaria, passam a estudar o 1.º ano de aritmetica elementar, seja qual for a carreira que tenham em vista seguir.

E' o rezultado que havemos colhido da experiencia e da aplicação do metodo de ensino, atualmente seguido pélos norte-americanos, no ensino do calculo.

Procuramos que êle satisfizesse as duas condições essenciaes de todo livro de matematica:— ministrar conhecimentos necessarios á vida e, ao mesmo tempo sêr um poderozo meio de cultura mental para o aluno.

Resta-nos pedir induljencia para as faltas de que se resentir o prezente trabalho.

O AUTOR.

Elementos de Aritmetica

EM

SERIES INDUTIVAS

SEÇÃO I

I

Preliminar

1. Quem inicia o estudo da Aritmetica elementar, deve ter conhecimentos de numero, i. é, saber:

a) contar, medir, pezar;

b) o que é grandeza matematica;

c) o que é unidade;

d) que ha varias unidades da mesma especie, confor- mes ao tamanho da grandeza a contar medir ou pezar;

e) que a primeira dessas unidades se chama *unidade simples* e as outras são *unidades derivadas*, porque se formam da simples;

f) quando se tem contado, medido ou pezado uma grandeza, sabe-se quantas vezes ela contém a unidade e expressa-se isto com uma das palavras *um*, *dois*, *tres*, *quatro*, *cinco*, *seis*, etc.

g) estas palavras reprezentam *numeros*, i. é, grupos de couzas, cada um dos quaes tem uma unidade mais que o que o precede;

h) finalmente, na linguagem escrita os numeros são reprezentados com os sinaes (algarismos)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
um	dois	tres	quatro	cinco	seis	sete	oito	nove	zero

Exercicio I

1. Contar palitos.
2. Medir um novêlo de tiras de pano.
3. Pezar um pouco de areia.

NOTA 1ª Contar ou pezar é medir; pois o que se tem em vista, contando, pezando ou medindo, é saber quantas vezes a unidade entra na grandeza que se mede, conta ou peza.

4. Aprezente e nomeie unidades para contar palitos conformes á quantidade destes.
5. Aprezente e nomeie unidades de comprimento. Qual é a simples ? quaes as derivadas ?
6. Aprezente e nomeie unidades de pezo. id.
7. Aprezente e nomeie unidades para liquidos e cereaes. id.
8. Aprezente e nomeie unidades para dinheiro. id.
9. Qual a razão de haver diversas unidades de uma mesma especie ?
10. Contar é medir ? pezar é medir ? porque ?
11. Contada, pezada ou medida uma grandeza, que idéa resulta ?

NOTA 2ª Supostos taes conhecimentos, passamos a ver na lição seguinte como se formam, nomeiam e reprezentam os numeros.

II

Formação dos numeros: — Numeração. Grafia dos numeros: — Notação.

2. Supomos que o aluno já saiba formar, nomear e reprezentar os numeros até nove: - *numeração expontanea.*

Querendo-se o numero seguinte a *nove*, junta-se a este a unidade e vem: *nove mais um*. Chama-se *dez*.

Este numero é considerado uma segunda unidade (*); pelo que seria reprezentado pelo algarimo 1, acompanhado de um indicativo dessa unidade, do mesmo modo que se escreve 1^h para reprezentar *uma hora*. Assim o numero dez já foi reprezentado da seguinte forma: 1.; e hoje o é desta: 10.

NOTA 4.ª Este algarismo 0 se chama *zero*, isto é, *nada*.—Convem saber que a função especial do zero não é ser um sinal indicativo de dez, mas fazer com que o algarismo 1 fique no segundo lugar a partir da direita e reprezente o numero dez somente por estar nesse lugar.

Em outra parte elucidaremos este ponto.

3. Agora temos, juntando sempre uma unidade:

dez e *um*. . . . . 11 **
dez e dois 12
dez e tres 13
dez e quatro . . . . 14.

---

* NOTA 3ª Porisso o numero «*um*» é unidade simples, e «*dez*» é derivada (Vid. I, e).

** NOTA 5ª O algarismo 1 á esquerda exprime «*dez*»; o outro, «*um*».

Escreva em algarismos e explique :

dez e cinco.
dez e seis.
dez e sete.
dez e oito.
dez e nove.
dez e dez ou dois dez 20
2 dez e um.
2 dez e dois.
3 dez.
3 dez e um.
3 dez e cinco.
4 dez.
. . . .
9 dez e nove.

4. Juntando-se uma unidade ao numero 9 dez e nove, vem o numero 9 dez mais dez ou *dez dez*. Assim como de *dez unidades simples* se formou segunda unidade, que é o numero *dez*, assim tambem agora de *dez dez* se forma outra unidade. Chama-se *cem* e reprezenta-se pelo algarismo 1 assim: 100.

> NOTA 6ª Por ficar no terceiro lugar a partir da direita, é que o algarismo 1 reprezenta o numero cem.

5. Continuando, sempre juntando uma unidade, vem:

cento e um . . . . 101 *
cento e dois. 102
cento e tres. 103

---

* NOTA 7ª O algarismo 1 em terceiro lugar reprezenta «*cem*»; o zero, a falta de dez; o algarismo á direita, as unidades.

Escreva em algarismos e explique:

cento e dez
cem, nove dez e nove.
dois cem.
tres cem.
nove cem
nove cem, nove dez e nove.

6. Juntando-se mais uma unidade a este numero, vem o numero 9 cem mais cem ou *dez cem*. E' considerado quarta unidade, chama-se *mil* e reprezenta-se pelo algarismo 1, deste modo: 1000.

E assim sucessivamente.

NOTA 8ª Muito de propozito empregámos na nossa expozição somente os numeraes *um*, *dois*, *tres*, *quatro*, *cinco*, *seis*, *sete*, *oito*, *nove*, *dez*, afóra *cem* e *mil*, para salientar mais a simplicidade da numeração; mas devemos saber que em vez de

dez e um	se uza	*onze*
dez e dois	«	*dôze*
dez e trez	«	*trêze*
dez e quatro	«	*quatorze*
dez e cinco	«	*quinze*
dois dez	«	*vinte*
tres dez	«	*trinta*
quatro dez	«	*quarenta*
cinco dez	«	*cincoenta*
seis dez	«	*sessenta*
sete dez	«	*setenta*
oito dez	«	*oitenta*
nove dez	«	*noventa*
dois cem	«	*duzentos*
tres cem	«	*trezentos*
quatro cem	«	*quatrocentos*
cinco cem	«	*quinhentos*
seis cem	«	*seiscentos*
. . . .	..	. . . . . .
mil mil	«	*milhão*.

III

Leis da Numeração

7. SINTEZE DA NUMERAÇÃO. Do que fica exposto se vê que a numeração consiste no seguinte:

1.º *De um até nove é expontanea*, i. é, cada numero se forma pela adição de uma unidade, nomeia-se e reprezenta-se diferentemente.

2.º De dez em diante começa o artificio da numeração: de dez unidades se faz outra - *dez* ou *dezena*; quando se chega a ter *dez dez*, faz-se outra - *cem ou centena*, e assim por diante.

E desta arte não pode haver grupo de mais de nove unidades de uma ordem.

3.º Os numeros se formam dessas unidades e grupos, cada um dos quaes não pode ter mais de nove unidades da mesma ordem.

4.º Finalmente, os algarismos reprezentam todas essas unidades e grupos conforme o lugar em que estiverem. Portanto (para ter de memoria):

8. LEIS DA NUMERAÇÃO—1.ª *Dez unidades de uma ordem formam uma unidade da ordem seguinte.* (*).

2.ª *Os numeros são formados de um ou mais grupos de unidades, cada um dos quaes não pode ter mais de nove unidades de uma mesma ordem.*

3.ª *Um algarismo á esquerda de outro reprezenta unidades da ordem seguinte.*

9. E' o conjuncto destas leis, sinaes e numeraes aqu uzados, que se chama «Sistema de Numeração»; e a numeração assim feita—Numeração Sistematica.

(*) NOTA 9. Porisso o numero dez se chama "baze" da numeração e esta se diz "numeração decimal".

Exercicio 2

1. Fazer um rezumo da numeração.
2. Mencionar as leis da numeração.
3. Que é numeração sistematica? qual é a sua oposta.

Exercicio 3

1. Que significam os numeraes *onze*, *dôze*, *trêze*, *quatorze*, *quinze*, *vinte*, *trinta*......... *noventa*? *duzentos*? *quinhentos*?

2. Nomeie e reprezente todas as unidades na ordem em que se sucedem a partir de *um*.

3. Leia, algarismo por algarismo, os numeros — 11, 12, 13, 14, 15, 16, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.

4. Dizer os valores do algarismo 2 nos seguintes numeros: 2, 21, 210, 2222.

5. Classificar os valores do algarismo 2 nos numeros precedentes e definir esses valores.

6. No numero 23 o 3 tem valor absoluto ou relativo?

7. Porque o numero *dez* é dito *baze* da numeração?

8. Que é que constitue o sistema de numeração decimal?

9. Escrever algarismos *á vontade*, uns á esquerda dos outros, e ir dizendo o que cada um reprezenta.

10. Escrever á vontade numeros de 2, 3, 4 e mais algarismos sem precizar do enunciado.

IV

Ler e escrever numeros

Exercicio 4

I

1. Ler e explicar: 33, 254, 106, 160, 045, 444, 725, 412, 831, 208, 374.

> **Modelo de expozição** — 1.º numero: O numero de que se trata, se compõe de *tres* unidades que exprimimos simplesmente com a palavra *tres*, de *tres dezenas*, que exprimimos com a palavra *trinta*. Portanto a sua expressão é *trinta e tres*

2. Seja o numero:

3 1 3 8 5 0 6 7 9 1 0 5

> Pode ser lido imediatamente como os numeros precedentes ? porque estes se podem ler imediatamente ?
>
> E' claro que este numero poderá ser lido desde que soubermos quantas unidades, dezenas e centenas tem êle de cada especie.

Para isso apontemos cada um algarismo a partir do primeiro á direita e dizendo os nomes das unidades que êle reprezentar; escrevamos um ponto depois dos que reprezentarem centenas.

Temos.

bilhões			milhões			mil			unid. simples		
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
3	1	4	8	5	0	6	7	9	1	0	5

Vê-se agora o que cada *seção* ou classe de tres algarismos reprezenta e portanto que o numero é: *trezentos e quatorze bilhões oitocentos e cincoenta milhões seiscentos setenta e nove mil cento e cinco.*

3. Que se deve fazer, pois, antes de ler um numero ?
4. Diga por si mesmo como se lê um numero.
5. Aplique a sua regra e leia os numeros:

265.781 30167853 4581673 678910001

6. Quantos algarismos pode ter a classe á esquerda de um numero ?

II

7. Escreva em algarimos e vá explicando:

duzentos vinte e cinco; trezentos e sete; quarenta e seis; cento e onze; quinhentos e dez; seiscentos e vinte.

MODELO DE EXPOZIÇÃO - 1º numero: Por cauza da 3ª lei da numeração, escrevo 2 para reprezentar as centenas do numero; á direita escrevo 2 para reprezentar as dezenas; finalmente escrevo 5 á direita para reprezentar as unidades.

Por que palavra sabe que este numero é composto de 2 centenas ? 2 dezenas ? 5 unidades ?

8. Escreva e vá explicando, os numeros:

346 milhões 441 mil 720
205 milhões 36 mil e 12
24 milhões e 65
5 bilhões 47 mil 104

MODELO DE EXPOZIÇÃO - 1º numero: Escrevo 346 para reprezentar a classe dos milhões do numero; á direita 441 para reprezentar a dos milhares; finalmente 720 á direita para reprezentar a das unidades.

Feito isto, leio o numero escrito para verificar si é a expressão exata do numero enunciado.

Nota 10. Quando o numero dado tiver falta de alguma classe, ainda o modelo de expozição é o mesmo, escrevendo-se uma classe de tres zeros no lugar da que faltar.

Quando estiver escrevendo o numero, divida-o ao mesmo tempo em classes.

9. Diga por si como se escreve um numero.

10. Tenha de memoria. *Os numeros de um só algarismo se chamam* simples *ou dijitos;os de mais de um algarismo, se chamam compostos*.

Exercicio 5.º

1. Dizer o que é classe de um numero e qual a que pode ter menos de tres algarismos.

2. Quando vai escrevendo cada parte de um numero, os algarismos reprezentam desde logo o que devem reprezentar ?

4. Quando o numero tem falta de uma classe, que se deve escrever no lugar desta ? Ex.

5. Escreva um zero á esquerda de 25. O numero mudou de valor ? Porque ?

Basta comparar as ordens de 25 e 025 que a resposta rezulta imediatamente.

6. Escreva o zero á direita. O numero mudou de valor ? Porque ?

7. Escreva os numeros:
a. Quatro dezenas e um
b. Duas dezenas e tres
c. Tres dezenas e tres
d. Duas centenas e onze
e. 4 centos e 8 dezenas
f. 5 centos nove dezenas e 9
8. Decomponha os numeros 20, 300, 50, 200 em suas unidades constituintes.
9. Decomponha os numeros 134; 28; 1308; 53611; em suas unidades, dezenas, centenas.....
10. Enuncie e vá escrevendo o maior numero que se pode exprimir no estado atual da numeração.

VI

Exercicio 6

1 Reprezente com palitos ou quadradinhos os numeros 13, 20, 24, 35, 42, 18, 77; etc.
2. Reprezentar em algarismos numeros dados em palitos ou quadrinhos.
3. *O professor dezenhe na louza o mostrador de um rejisto da Companhia das Aguas, de acordo com o seguinte:*

O primeiro ponteiro á direita marca dezenas de litros; o segundo centenas de litros; o terceiro milhares; e o quarto dezenas de milhares. Peça ao aluno dizer o consumo d'agua.

4 Suponha que o primeiro ponteiro á direita marcasse centenas.

Que marcariam os outros ?

Diga o consumo d'agua nessa hipóteze.

5 Qual o menor numero de dois algarismos ? de tres ? de quatro ? de cinco ?

6 Qual o maior numero de 2 algarismos ? 3 algarismos ? quatro ?

7. Um numero tem 4 algarismos e outro 5. Qual é o maior ? Porque ?

8. São dados 2 numeros do mesmo numero de algarimos—2745 e 6134. Qual é maior ? Por que razão ?

9. De dois numeros que têm a mesma quantidade de algarismos, qual é o maior ?

10. Sem ler os numeros 4 7 8 3 6 0 1 5 e 1 8 2 3 4 3 7 9 0 dizer qual é o maior e porque.

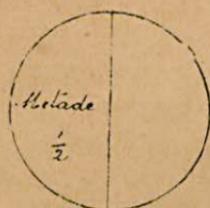
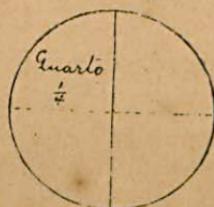
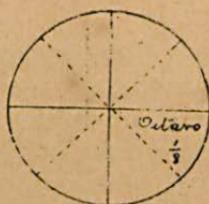
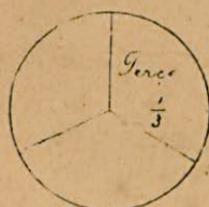
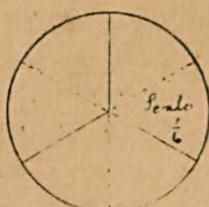
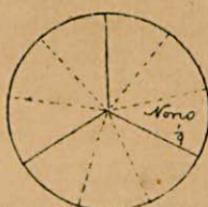
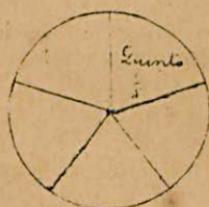
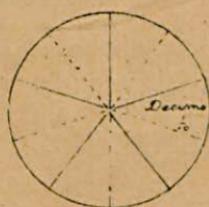
11. Proponha e rezolva problemas como os quatro ultimos.

VII

Fração Ordinaria

Preliminares

NOTA 11. Devemos supor que o aluno tenha sido levado a dividir uma couza em partes iguaes e saiba os nomes *metade ou meio, terço, quarto, quinto, sexto, etc.*, com que se nomeia respetivamente cada uma parte; e tambem que, quando se uza alguma das palavras meio, terço, quarto, etc., sem dizer de que, está subentendido que se fala de *um meio da unidade, terço da unidade, quarto da unidade, etc.*

10. As figuras seguintes reprezentam a unidade dividida em partes iguaes.

Se a unidade se divide em onze parte iguaes, cada parte se chama *um onze-avos;* si em dôze partes iguaes, cada parte se chama *um dôze-avos;* e assim por diante, uzando-se a palavra *avos* depois da que diz o numero de partes.

Exercicio 7

1. Mencione os nomes dados ás partes de uma couza quando dividida em duas, tres e mais partes iguaes.

2. Quando se uzam os nomes *meio*, *terço*, *quarto*, etc, sem dizer de que, que fica subentendido?

3. Observando as figuras da pajina 13, complete o seguinte:

a unidade tem.... meios;.... terços;.... quartos; etc.
um meio tem.... quartos;.... oitavos;.... decimos;
um terço tem.... sextos;.... nonos;
um quinto tem.... decimos.

11. Concebemos agora que podemos ter qualquer numero de *meios*, *terços*, *quartos*, *quintos*, como: *dois terços*, *tres quartos*, *dois quintos*, etc. Estes numeros são chamados *frações* ou *quebrados*.

> Nota 12. No sentido comum a palavra fração dá a entender couza menor que o todo de que faz parte; aqui, porem, não se entenda que fração seja sempre um numero menor que a unidade. Com efeito, podemos imajinar um numero de terços e este pode ser maior que o da unidade.
>
> Tambem se chama *quebrado* a fração, porque, por sua orijem, a palavra fração tem sentido de quebrar.

12. Especies de numeros. Vemos agora que os numeros se dividem naturalmente em duas classes: *numeros formados de unidades inteiras*, como *tres*; e *numeros formados de partes iguaes da unidade*, como *tres quartos*.

Os primeiros se chamam *numeros inteiros*; os segundos, *frações* ou *quebrados*.

Chama-se *numero mixto* o que se compõe de inteiro e fração, como *dois e meio*.

Exercicio 8

1. Que nome dá aos numeros formados de partes iguaes da unidade?

2. Diga alguma couza sobre o sentido comum do termo fração e sobre o em que o empregamos aqui.

3. Porque a fração tambem se chama quebrado?

4. Classifique as especies de numeros que conhece até aqui, defina-os e exemplifique.

5. Como se tomam tres quartos de uma laranja?

6. Como se tomam tres quartos da unidade?

7. Como se tomariam *n* quartos de laranja, sendo n um numero maior do que quatro?

8. Como se formaria o numero n quintos, na hipóteze de ser n um numero maior que cinco?

VIII

Sobre a numeração das frações

13. NOTAÇÃO. Devemos já ter observado que exprimimos uma quantidade com dois termos. Exs: *quatro dias*, *seis metros*, *oito mil-reis*; etc. Escrevemos tambem as quantidades com dois sinaes. Ex.: quatro dias 4^d^; seis metros—6^m^; oito mil-reis—8$. Um sinal reprezenta o numero; o outro a unidade.

Assim tambem uma fração, por ex., *tres setimos*, reprezentaremos com dois sinaes: um indicando o numero *tres*; outro—a unidade *setimo*. Ex: tres setimos: $\frac{3}{7}$.

14. NUMERADOR e DENOMINADOR. Os dois termos da fração ou os dois numeros com que ela se reprezenta, se chamam *numerador e denominador*.

O primeiro se chama numerador, porque é o *numero* de partes constituintes da fração; o segundo, denominador, porque *denomina* essas partes.

15. Observar que o *denominador* de uma fração *é igual ao numero de partes da unidade.*

Exercicio 9

1. Forme, nomeie e reprezente frações.

2. Ler os numeros: $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{11}{20}$, $\frac{1}{13}$, $\frac{9}{7}$; etc e dizer como se forma cada um.

3. Escreva e explique:

tres quartos; cinco nonos, vinte sextos; quatorze meios; trinta setimos; cem vinte-avos; dôze vinte-avos; dezeseis dôze-avos; quarenta e nove trinta-avos; etc.

> MODELO DE EXPOZIÇÃO 1º Escrevo 3 para reprezentar o numero *tres* e debaixo 4 para reprezentar o denominador *quartos*.

4. Que numeros se chamam numerador e denominador?

5. Qual o que se chama numerador ?

6. Qual o que se chama denominador ?

7. A que é igual o denominador de uma fração ?

8. Quantos meios, terços, quartos, quintos, decimos, vinte-avos, etc., fazem uma unidade ?

9. Tome $\frac{1}{2}$ do metro ou de um comprimento qualquer.

10. Calcule $\frac{2}{3}$ do dia.

11. Tome $\frac{3}{4}$ de uma folha de papel.

12. Mostre com figuras a unidade dividida em 11, 12, 13,......... partes iguaes. A medida que aumenta o numero de partes da unidade, as unidades-frações crecem ou diminuem ?

13. Ponha por ordem de grandeza as frações:
$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{40}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{20}$
atentando somente para os denominadores.

14. Achando-se uma linha dividida em duas partes iguaes, dividir e dizer como a divide naturalmente em 4 partes iguaes; em 8; em 16.

15. $\frac{5}{6}$ do ano = * quantos mezes ?

16. Tome $\frac{1}{4}$ de um circulo.

17. Tome $\frac{1}{2}$ de um litro.

18. Tome $\frac{1}{4}$ de uma nota de 10 tostões.

19. Tome $\frac{2}{5}$ de um niquel de 2 tostões.

IX

Fração Decimal

Preliminares

NOTA 13. Devemos supor que o aluno conheça o metro e suas divizões—decimetro, centimetro e milimetro.

Exercicio 10

1. Quantos decimetros tem o metro ?
2. Portanto, que parte do metro é o decimetro ?

(*) Este sinal reprezenta a palavra «*igual*».

3. Quantos centimetros tem o decimetro ?
4. Portanto, que parte do decimetro é o centimetro ?
5. Quantos milimetros tem o centimetro ?
6. Portanto, que parte do centimetro é o milimetro ?
7. Quantos centimetros tem o metro ? porque ?
8. Que parte do metro é o centimetro ?
9. Quantos milimetros tem o metro ? porque ?
10. Que parte do metro é o milimetro ?

16. Assim como se divide e subdivide o metro em 10 partes iguaes, tambem se divide e subdivide a unidade em dez partes iguaes.

Já temos a unidade dividida em dez partes iguaes. (Vid. V). Cada uma se chama *decimo.*

Imajinemos agora o decimo dividido em dez partes iguaes. A unidade terá *cem* dessas partes, assim como o metro tem cem centimetros. Cada uma delas se chama *centezimo.*

Imajinemos ainda o centezimo dividido em dez partes iguaes. A unidade terá *mil* dessas partes, assim como o metro tem mil milimetros. Cada uma se chama *milezimo.*

Suponhamos o milezimo dividido em dez partes iguaes. A unidade terá *dez mil* dessas partes. Cada uma se chama *decimo-milezimo.*

E, assim por diante, se forma centezimo-milezimo, milionezimo, decimo-milionezimo, centezimo-milionezimo, bilionezimo, etc.

17. Do que fica exposto, vê-se que temos duas series de unidades decimaes: a primeira é composta de unidades maiores que a unidade simples, crecendo de dez em dez, como vimos (Vid III); a segunda, composta de unidades menores que a unidade simples, decrecendo de dez em dez, como acabamos de ver.

Podemos agora imajinar numeros compostos com estas ultimas unidades:

dois decimos; quarenta e dois centezimos; vinte e tres milezimos; etc.

e assim temos frações que chamamos *frações decimaes*.

Exercicio 11

1. Como se forma o decimo ? o centezimo ? o milezimo ? o decimo-milezimo ? etc.
2. Quantos decimos tem a unidade ? quantos centezimos ? quantos milezimos ? quantos decimos-milezimos ?
3. Quantas series ha de unidades decimaes ? como se distingue uma da outra ?
4. Como se chama a unidade de que todas as unidades decimaes derivam ?
5. Mencione numeros formados de unidades decimaes menores que a unidade simples.
6. Como se chamam taes frações ?

X

Notação de frações decimaes concretas

NOTA 14. Supomos que o aluno saiba as divizões e subdivizões de unidades cuja relação não é decimal, bem como as suas notações. Por ex.: um dia (1d) tem 24 horas (24h); uma hora tem 60 minutos (60m); um minuto tem 60 segundos (60 s).

Exercicio 12

1. Leia as seguintes quantidades:

a) $8^{d}\ 10^{h}$	*c*) $3^{h}\ 8^{m}\ 10^{s}$	*e*) £ 0. 10. 4
b) $5^{h}\ 10^{m}$	*d*) $1^{a}\ 6^{m}\ 15^{d}$	*f*) £ 10. 5. 8

2. Escreva com algarismos as seguintes quantidades:
a) duas horas e trinta minutos
b) duas horas e trinta segundos
c) quatro libras esterlinas e dôze *shillings*
d) cinco libras esterlinas, quatro *shillings* e dez *pences*
e) dez libras esterlinas e dez *pences*
f) tres anos e oito mezes
g) tres anos e quatorze dias.

18. Como acaba de ver, vão-se escrevendo os numeros de unidades um á direita de outro e na ordem em que elas se derivam, cada numero com uma letra á direita e um pouco acima indicando a respetiva unidade. Esta letra aqui faz o papel de denominador. Apenas para a notação do dinheiro inglez, modifica-se o sistema, como vimos nos exemplos supra.

Si, porem, quizermos escrever *um metro* e *um decimetro*, não é necessario escrever $1^{m}1^{md}$; basta escrever $1^{m}1$, porque, assim como a *unidade* simples, que é *decimo* da *dezena*, se grafa á direita da dezena, assim tambem *decimetro* que é decimo do *metro*, pode ser escrito á direita deste e sem o sinal *dm*.

Exercicio 13

1. Leia as seguintes quantidades:

a) $1^{m}2$ *c*) $2^{m}5$ *e*) $0^{m}8$ *g*) $100^{m}1$ *i*) $0^{m}6$
b) $2^{m}2$ *d*) $0^{m}5$ *f*) $0^{m}4$ *h*) $0^{m}1$ *j*) $0^{m}7$

2. Escreva com algarismos:
a) oito metros e tres decimetros
b) setenta e um metros e nove decimetros
c) nove decimetros

d) um decimetro
e) cinco decimetros

NOTA 15. Pode-se escrever 0m 1 ou simplesmente m1; mas uzamos a primeira forma.

3 Porque se escreve decimetro á direita de metro ?
4. Qual dos tres principios da numeração aqui se está aplicando ?

19. Do mesmo modo que decimetro se grafa á direita de metro, *centimetro* será grafado á direita de decimetro e *milimetro* á direita de centimetro. Por ex.: a quantidade *um decimetro* e *um centimetro* se escreverá: 0^m11; *um decimetro*, *um centimetro* e *um milimetro* se grafará — 0^m111.

Exercicio 14

1. Diga o que significam os algarismos nos seguintes numeros:

a) 2^m22 c) 0^m444 *e*) 0^m004 *g*) 0^m555
b) 0^m33 *d*) 0^m944 *f*) 0^m606 *h*) 0^m005.

2. Escreva as seguintes quantidades:
a) tres decimetros,tres centimetros e tres milimetros.
b) tres decimetros e tres milimetros.
c) tres decimetros e tres centimetros.
d) tres centimetros e tres milimetros.
e) tres milimetros.

3. Porque é que *centimetro* se escreve á direita de decimetro ?

4. Porque é que *milimetro* se escreve á direita de centimetro ?

5. Qual dos tres principios da numeração aqui se está aplicando?

6. Por que motivo dispensa a notação *dm* para decimetro; *cm* para centimetro e *mm* para milimetro, quando escreve numero destas quantidades?

XI

Notação das Frações Decimaes

20. Já sabemos que *um metro* e *um decimetro* escreve-se $1^{m}1$. Si agora quizermos escrever *uma unidade* e *um decimo*, precizamos tambem de um sinal para marcar a caza das unidades, afim de se conhecer qual é a caza de decimos. Para isso uzamos uma virgula depois do algarismo das unidades. Assim, *um* e *um decimo* se escreve: 1,1.

Exercicio 15

1. Leia os seguintes numeros:

a) 1,2 *c*) 4,4 *e*) 1,7 *g*) 0,7
b) 5,6 *d*) 0,4 *f*) 1,9 *h*) 0,5.

2. Escreva com algarismos os seguintes numeros:—

a) seis e oito decimos
b) dez e cinco decimos
c) dois decimos
d) oito decimos.

3. Dê o relativo valor de cada algarismo nos seguintes numeros:

a) 1,1	*d*) 0,34	*g*) 0,002	*k*) 100,001
b) 1,11	*e*) 0,305	*h*) 2,002	*l*) 40,04
c) 1,111	*f*) 0,034	*i*) 6,031	*m*) 0,003

4. Qual é o lugar do algarismo que exprime decimos? centezimos? milezimos?

5. Qual é o sinal uzado para marcar a caza das unidades nas frações decimaes?

6. Escreva com algarismos os seguintes numeros:

a) dois, um decimo e um milezimo

b) quatro decimos, um centezimo e um milezimo

c) seis centezimos e cinco milezimos

d) seis decimos e cinco milezimos

e) cinco milezimos

7. Que algarismo se escreve quando o numero tem falta de alguma ordem? é indispensavel escrever este algarismo? porque?

8. Poderia deixar de escrevel-o na caza das unidades? porque?

XII

Ler e escrever Frações Decimaes

I

Exercicio 16

1. Leia e explique:

a) 0,12	*c*) 0,13	*e*) 0,81	*g*) 0,18
b) 0,25	*d*) 0,14	*f*) 0,36	*h*) 0,56

Modelo de exposição. Ex.: 0,11. A fração de que se trata, se compõe de *um decimo* e *um centezimo*; mas um decimo é igual a *dez centezimos*; mais *um centezimo*, são *onze centezimos*.

2. Leia e explique:

a) 0.222 *c*) 0,153 *e*) 0,598 *g*) 0,590
b) 0,022 *d*) 0,103 *f*, 0,958 *h*) 0,500

MODELO DE EXPOZIÇÃO. 0,111. O numero de de que trata, é formado de *um decimo, um centezimo* e *um milezimo;* mas um decimo e um centezimo são onze centezimos; um centezimo são dez milezimos, logo onze centezimos são cento e dez milezimos; mas um milezimo são *cento e onze milezimos.*

3. Quando a fração se forma de decimos, quantos algarismos tem á direita da virgula? e quando se exprime em centezimos? e em milezimos?

4. De acordo com isto leia imediatamente as seguintes frações:

a) 0,5 *c*) 0,134 *e*) 0,45 *g*) 0,48
b) 0,54 *d*) 0,104 *f*) 0,84 *h*) 0,105

5. Leia ainda os seguintes numeros:

a) $1\frac{1}{2}$ *e*) $3\frac{3}{5}$ *c*) 4,08 *g*) 10,008
b, 1, 5 *d*) 3, 8 *f*) 5.003 *h*) 508,5

21. Quando vamos grafar com algarismos uma fração ordinaria, escrevemos primeiro o numerador, depois um traço, e por ultimo o denominador, isto é, o numero que diz si a fração é formada por *meios, terços, quartos*, etc Do mesmo modo, para escrevermos uma fração decimal escrevemos primeiro o numerador e para indicar si ela se forma de *decimos*, separemos nela o algarimo á direita com uma virgula; si é formada de centezimos, separemos nela dois algarismos á direita com uma virgula; si, finalmente, formada de milezimos, trez algarismos á direita. E quando o numero de seus algarismos não for suficiente, preencham-se com zeros as ordens vacantes.

Ex.: Seja escrever a fração *dezeseis centezimos.*

Primeiro escrevo o numero 16. E para fazer que expresse centezimos, separo nele dois algarismos com a virgula para a direita e tenho 0,16.

Exercicio 18

1. Escreva com algarismos os seguintes numeros e explique.

a) vinte e quatro centezimos
b) quatro centezimos
c) trezentos vinte e oito milezimos
d) setenta e cinco milezimos
e) nove milezimos
f) quatro e trez quartos
g) quatro vinte e cinco centezimos
h) dez novecentos e quatro milezimos
i) vinte e mais um decimo
j) dezeseis decimos
k) cento e dezeseis centezimos
l) mil e duzentos mais quarenta e oito milezimos
m) mil seiscentos e seis mais seis decimos

2. Escrevendo fração decimal, quantos algarismos separa á direita quando ela exprime decimos? centezimos? milezimos?

3. Que se faz quando o numero de algarismos do numerador não é suficiente?

4. Qual é o numerador da fração 0, 8? qual é o denominador? está claro ou oculto? por que razão?

5. Qual é o numerador em 1,13? qual é o denominador? claro ou oculto?

6. Qual é o numerador da fração 0, 154? qual é o denominador? claro ou subentendido?

7. Por que motivo fica subentendido o denominador da fração decimal?

8. Quantos *decimaes* (*) tem a fração quando o denominador é 10? 100? 1000?

9. Escreva com o denominador claro as frações 0, 5; 0,05; 0,008; 0,84; 0,525; 0,027; 0,004; 0,07.

10. Escreva com o denominador subentendido as frações

$\frac{5}{10}$ $\frac{6}{100}$ $\frac{8}{1000}$ $\frac{87}{100}$ $\frac{9}{10}$ $\frac{27}{1000}$ $\frac{41}{100}$.

11. Que numeros são denominadores de frações decimaes?

XIII

Notação do Dinheiro

22. A nossa unidade monetaria é o *real*, unidade fiticia, cujos multiplos o aluno já deve conhecer:

10 reis; vintem; tostão; *milreis*; etc.

O uzo, porem, adotou por unidade principal o *milreis*.

Como toda a unidade, o *milreis* tem o seu sinal caracteristico, que é $ (cifrão). Assim:

milreis ou um *milreis* escreve-se 1$.

23. Em virtude de tal adoção, o *real* passa a ser unidade derivada de *milreis* e porisso os numeros de *reis* escrevem-se como os de milimetros, i. é, com *trez algarismos á direita da unidade principal*, por serem milezimos desta. Ex.: Quarenta e dois reis—$042.

(*) NOTA 16.—*Decimaes* se chamam os algarismos a fração.

Exercicio 19

I

1. Leia os seguintes numeros:

a) 2\$ *c*) 10\$ *e*) 50\$ *g*) 200\$ *i*) 1.000\$
b) 5\$ *d*) 20\$ *f*) 100\$ *h*) 500\$ *j*) 2.000\$

2. Leia os seguintes numeros:

a) \$001 *c*) \$010 *e*) \$100 *g*) \$040 *i*) \$400
b) \$005 *d*) \$020 *f*) \$050 *h*) \$200 *j*) \$500

3. Leia os seguintes numeros:

a) 1\$100 *c*) 2\$400 *e*) 100\$906
b) 1\$200 *d*) 5\$260 *f*) 5\$800
g) 1.600\$ *i*) 1\$000
h) 2.048\$503 *j*) 5\$000

II

4. Escreva os seguintes numeros:
a) dois mil setecentos e cincoenta reis

Qual é a parte inteira ? qual é a fração ?

b) quatrocentos e quarenta reis
c) vinte e cinco reis
d) quinhentos reis
e) mil quatrocentos e oito reis

Qual é a parte inteira ? qual é a fração ?

f) dez mil e dez reis
g) duzentos vinte e oito reis

NOTA 18. *a*) A numeração romana se faz com sete algarismos:

I	V	X	L	C	D	M
um	cinco	dez	cincoenta	cem	quinhentos	mil

b) Vê-se mais claramente do que na numeração moderna, que em um numero escrito em algarismos romanos, está reprezentada cada uma parte de que o numero dado se compõe. Assim X é um duplo V (duas vezes cinco).

c) Nesta numeração se vê que a segunda unidade não se formou de dez unidades simples como a nossa dezena: é o que se deduz da formação dos numeros de cinco em diante. Por isso ela é tambem um vestijio da numeração quinal.

SEÇÃO II

I

OPERAÇÕES ARITMETICAS

Adição

NOTA 19. Supomos que o aluno já conheça as taboadas de adição, subtração, multiplicação e divizão.

Exercicio 20

1. Lucia comprou uma pena por 2 vintens, um lapis por 6 vintens e uma borracha por 8 vintens. Em quantos vintens importou tudo ?

2. Quanto são 3 milreis mais 4 milreis mais nove milreis?

3. Maria comprou dois pedaços de fita: um tinha um quinto do metro e outro trez quintos. Que quantidade de fita Maria comprou ?

4. Quanto são $\frac{1}{7}$ mais $\frac{2}{7}$ mais $\frac{3}{7}$?

5. Uma costureira comprou 2 retalhos de fazenda: um tinha dois decimetros e outro seis decimetros. Que quantidade de fazenda ela comprou ?

6. Quanto são 0^m4 mais 0^m3 mais 0^m2 ?

7. Quanto são 0,1 mais 0,3 mais 0,2 ?

8. Quanto são 5 couzas mais 3 couzas iguaes ás primeiras?

9. Quanto são 1 mais 5 mais 9?

NOTA 20. Questões como esta, são as primeiras que nos aparecem na vida: juntar quantidades.

25. *A operação de juntar numeros* chama-se **Adição**.

Os numeros que se juntam, chamam-se **Parcellas.**

O numero que se acha por adição, chama-se **Soma**.

A palavra *mais* se reprezenta assim: $+$.

Exercicio 21

1. Leia: $4 + 2 + 6 = ?$

2. Quaes são as parcelas no exemplo precedente? qual é a soma?

3. Que é Adição?

4. Como se reprezenta a palavra *mais* entre numeros?

5. Uma localidade está a 7° de longitude L e outra a 5° de longitude O do mesmo meridiano. Quanto dista uma da outra?

II

Somar um numero composto e um numero simples

Exercicio 22

1. Um negociante abriu uma peça de cadarço e achou-a em dois pedaços: um media 3^m2 e o outro 0^m6. Qual era a metrajem da peça de cadarço?

Exponha o calculo que fez.

2. Quanto são $1\frac{1}{5}$ mais $\frac{3}{5}$? Exponha o calculo.
3. Quanto são $1^h\,40^m$ mais $0^h\,30^m$? id.
4. Quanto são 1,3 mais 0,2 ? id.
5. Some expondo:

a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*
7^m05	$6^d\,4^h$	$8\frac{1}{7}$	5,2	3,1
+ 0^m04	+ 7^h	+ $\frac{5}{7}$	+ 0,6	+ 0,5

f.	*g.*	*h.*
4 dzas. 5	3 cadernos 1 fl	5 semanas 2 d.
+ 4	+ 3 »	+ 4 d

i.	*j.*	*k.*	*l.*	*m.*
1,002	$7\frac{5}{12}$	4,6	7,04	3 dez. 2 unid
+ 0,006	+ $\frac{6}{12}$	+ 0,3	+ 0,05	+ 5 »

6. Quanto são *vinte e quatro* mais *cinco* ? Exponha ?

> MODELO DE EXPOZIÇÃO.—Quatro mais cinco são nove; logo vinte e quatro mais 5 são vinte e nove.

7. Quanto são *trinta e quatro* mais *seis* ? Exponha.
8. Quanto são *dezeseis* mais *oito* ? id.

> MODELO DE EXPOZIÇÃO.—Seis mais oito são quatorze ou dez mais quatro; logo dezeseis mais oito é o mesmo que dois dez mais quatro ou vinte e quatro.

9. Faça deste modo as seguintes adições:
a) 39 + 6; 46 + 8; 12 + 9; 45 + 8;
b) 13 + 10; 9 + 15; 20 + 42; 3 + 27;
c) Somar 5 a 15, 25, 45, 55, 65, etc.
d) Somar 6 a 16, 26, 46, 36, 76, etc.
e) Somar 7 a 17, 27, 37, 47, 87, etc.
f) Somar 8 a 18, 38, 28, 88, 48, etc.
g) Somar 9 a 19, 39, 29, 49, 59, etc.
h) Somar 2, 3, 5, 4, 9, 8, 7, 6, de per si a 13, 12, 26, 37, 48, 56, 45, etc.

NOTA 21.— Convem ter muita pratica de adições taes. Porisso o professor poderá multiplicar os exemplos, si julgar conveniente.

10. Chama-se atenção para o seguinte:

Quando se junta um numero simples a um composto, si a soma das unidades simples formar dezenas, estas não passam de uma. Si, pois, o numero composto està entre dez e vinte, *a soma estará entre* vinte e trinta; *si o numero composto está entre* vinte e trinta, *a soma estará entre* trinta e quarenta; etc.

Na pratica, portanto, basta calcular da soma as unidades, que o mais já é sabido, por assim dizer.

Um exemplo.—Quanto são vinte e nove mais sete ?

Neste cazo o numero composto está entre vinte e trinta; porisso a soma estará entre trinta e quarenta.

Digamos apenas: *Nove e sete, dezeseis. Trinta e seis.*

11. Deste modo some:

a) 36 + 7	*c)* 75 + 9	*e)* 84 + 6	*g)* 51 + 6
b) 8 + 43	*d)* 7 + 29	*f)* 62 + 9	*h)* 92 + 7

12. São dados dez numeros, dos quaes o primeiro é 18. O excesso do segundo sobre o primeiro é 2; do terceiro sobre o segundo é 3; e assim sucessivamente. Quaes são os numeros ?

III

CAZO GERAL. — Somar numeros compostos

Exercicio 23

1. Uma costureira recebeu 3 peças de cambraia: uma tinha 8^m3; outra 6^m4; outra 9^m2. Que quantidade de fazenda havia nas 3 peças juntas ?

Para fazer a soma escreveremos os numeros assim ? :

$$\begin{array}{r} 8^m3 \\ 6^m4 \\ 9^m2 \\ \hline \end{array}$$

por que razão ?

2. Alguem comprou 1 duzia e 2 ovos, depois 3 duzias e 4 ovos e, finalmente, 5 duzias e 1 ovo. Que quantidade de ovos comprou ?

Para fazer a soma escreveremos os numeros assim ? :

1 duzia	2	ovos
3 duzias	4	«
5 duzias	1	«

por que razão ?

3. Do mesmo modo faça as somas dos seguintes numeros :

a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*	*f.*
$3\frac{1}{9}$	$5\frac{1}{8}$	8,1	7,05	8,6	$9\frac{1}{5}$
$4\frac{2}{9}$	$6\frac{3}{8}$	4,5	3,03	2,1	$7\frac{3}{5}$
$5\frac{3}{9}$	$7\frac{2}{8}$	3,2	1,01	4,2	8

4. Faça as somas dos seguintes numeros:

(quantas unidades ? quantas dezenas ? quantas centenas ? quantos mil ?)

a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*	*f.*
13	10	41	500	26	34
32	60	17	400	40	42
44	30	20	100	13	13

Exercicio 24

1. Um alfaiate comprara fazenda para forro. Um pedaço media $3^m\frac{1}{4}$ e outro $4^m\frac{3}{4}$. Que quantidade de fazenda êle comprou ?

$$
\begin{array}{r}
3^m\frac{1}{4} \\
4^m\frac{3}{4} \\
\hline
8
\end{array}
$$

MODELO DE EXPOZIÇÃO.—Um quarto do metro mais tres quartos do metro são quatro quartos do metro; mas quatro quartos do metro são um metro. Portanto temos: um metro mais tres metros são quatro metros; mais quatro metros são oito metros.

NOTA 22.—Repare que nada se escreveu debaixo da soma das frações.

2. Uma pessôa recebeu 3 peças de fita da mesma qualidade e cor. Uma tinha 8^m3; outra 4^m3; outra 6^m4. Que quantidade tinham as peças juntas ?

3. Exponha as adições seguintes:

a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*	*f.*
$4\frac{1}{2}$	6^m3	1,6	1 duzia 8	$5\frac{3}{8}$	4^m05
$3\frac{1}{2}$	5^m7	4,4	2 duzias 4	$6\frac{5}{8}$	5^m05

g.	*h.*	*i.*	*j.*	*k.*
12	36	142	3^m42	41,24
13	40	323	1^m23	16,32
15	24	235	2^m35	12,44

Que algarismo escreveu você quando a soma das unidades ou das dezenas era dez ? podia deixar de escrevel-o ? porque ?

Exercicio 25

1. Uma mulher comprou de uma vez 2 duzias e 4 ovos; de outra 3 duzias e 1 ovo; de outra 5 duzias e 6

ovos; e, finalmente, 2 duzias e 2 ovos. Que quantidade de ovos ela comprou ?

2	duzias	4	ovos
3	«	1	«
5	«	6	«
2	«	2	«

MODELO DE EXPOZIÇÃO.—4 ovos mais 1 ovo são 5 ovos; mais 6 ovos são 11 ovos; mais 2 ovos são 13 ovos. Mas 13 ovos são 1 duzia e 1 ovo; portanto temos: 1 duzia mais 2 duzias são 3 duzias; mais 3 duzias, são 6 duzias; mais 5 duzias são 11 duzias; mais 2 duzias são 13 duzias.

Resposta: 13 duzias e 1 ovo.

2. Compraram 4 retalhos de paninho. Um tinha $1^{m}1$; outro $0^{m}5$; outro $2^{m}4$; outro $1^{m}2$. Que quantidade de paninho foi comprada ?

Exponha.

3. Faça a expozição das seguintes adições:

a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*
5 duzias 8 couzas	$5\frac{3}{12}$	$7\frac{1}{2}$	$8^{m}6$	3,8
8 « 3 «	$7\frac{1}{12}$	$3\frac{1}{2}$	$3^{m}4$	1,6
4 »	$9\frac{8}{12}$	$4\frac{1}{2}$	$5^{m}5$	4,9
7 « 7 «	$1\frac{3}{12}$	$9\frac{1}{2}$	$6^{m}7$	8,1

f.	*g.*	*h.*	*i.*	*j.*
0m35	0,65	46	374	4.735,725
0m43	0,17	54	408	0,246
0m12	0,25	13	522	16,532
0m14	0,89	18	109	5.291,517
——	——	——	——	——

4. Chama-se atenção para o seguinte:

Quando se somam quantidades compostas, como vimos nos exemplos que precedem; começa-se fazendo a soma; das unidades inferiores. Si a soma destas não puder formar unidades da ordem seguinte, escreve-se esta soma. (*Vid. exerc. 23, II*) *mas si puder fazel-o, escreve-se unicamente o numero restante e juntam-se ás seguintes as que se formaram anteriormente (rezervas).* (*Vid. exerc. 25*).

5. Distribuiu-se dinheiro a dez meninos. O primeimeiro recebeu 6 vintens; o segundo, 4 vintens mais que o primeiro; etc. Quanto recebeu cada um ?

Qual a quantia total distribuida ?

IV

Exercicio 26

1. 7 + 3 + 8 + 5 + 9 + 2 + 1 + 4 + 7 + 6 + 8 + 3 + 9 + 5 + 2 + 8 + 2 + 3.

2. Some os numeros 734, 512, 675, 4385, 37 e 567 não os escrevendo um debaixo do outro.

Encontrou mais embaraço no fazer a soma ?

3. Conte de 2 em 2, 3 em 3.......... ..10 em 10.
4. A partir do dia em que estiver, contar os dias do ano de 7 em 7 para prever quando caem os outros que têm esse mesmo nome.
5. Contar para traz 1 a 1, 2 a 2,.........a partir de 100.

Qual dos dois modos de contar é mais facil ?

6. Faça a soma dos numeros propostos no primeiro exercicio desta serie, dizendo em voz alta simplesmente as somas parciaes assim: «dez», «dezoito», «vinte e tres».......

7. Faça o mesmo somando os numeros seguintes:

a.	*b.*	*c.*	*d.*
734	512	437	78.364
512	64	215	8.290
675	820	576	45.999
4.385	57	4.585	60.057
39	89	73	8.432
567	35	765	761

MODELO DE EXPOZIÇÃO. Diga em voz alta, somando as unidades, somente o seguinte: «seis», «onze», «dezeseis», «vinte e cinco», «trinta e dois». «Trez de rezerva».............

Somando as dezenas: «seis», «sete», «quatorze», «vinte e dois», «vinte e cinco», trinta e um». «Trez de rezerva» Continue:

NOTA 23.—Procure habituar-se a este modo de somar.

8. Que é rezerva ?

9. Some os numeros abaixo a partir da esquerda. Quando uma soma parcial exceder a nove, as dezenas se devem escrever como mostramos aqui, afim de ser feita segunda soma, sempre a partir da esquerda.

834	408	43.789
675	254	65.013
777	93	7.384
324	8.275	10.017
123	675	3.748
25..		603.015
21.		
23		

NOTA 24.—O professor multiplicará os exercicios quando achar conveniente.

10. Como é mais facil somar—da esquerda para a direita, ou da direita para a esquerda ? por que razão ?

11. Para que se escrevem as parcelas uma debaixo da outra ?

NOTA 25.—Para que os algarismos fiquem bem colocados um debaixo do outro, é melhor, a partir da segunda parcela em diante, escrever os algarismos da direita para a esquerda.

12. Que lei da numeração se aplica quando se vão escrevendo os algarismos da soma ?

13. Um predio custou 4.000$; sofreu reparos no valor de 6.532$; vendeu-se e o dono ganhou 260$. Por quanto se vendeu o predio ?

Exercicio 27

NOTA 26.—E' fato a facilidade com que se junta dez, vinte, trinta, etc. a qualquer outro numero. Porisso, sempre que possivel, principalmente no calculo mental, procuremos parcelas como dez, vinte, trinta, etc., em vez das parcelas dadas.

Um ex.: 19 + 12.

Tiremos *um* da parcela não terminada em 9 e juntemol-o á outra. Temos: *dezenove* mais *um*, *vinte*. Agora juntemos a *vinte* o resto da outra parcela. Temos: *vinte* mais *onze*, *trinta* e *um*.

Outro ex.: 15 + 18.

Procedendo de modo analogo, digamos: *Dezoito* mais *dois*, *vinte*; mais *trêze*, *trinta e tres*.

1. Faça em voz alta:

a.	*b.*	*c.*	*d.*
19 + 17	18 + 17	13 + 19	13 + 18
29 + 12	28 + 12	59 + 15	58 + 15
14 + 39	14 + 34	69 + 11	11 + 68

2. A cortou 12 palmitos, cada um dos quaes distava 20 metros do outro. Para reunir todos no lugar do primeiro, quantos metros teria de andar, conduzindo um palmito cada vez ?

NOTA 27.—Quando tiver a juntar mentalmente a outro um numero composto, junte parcialmente....as *centenas*, depois as *dezenas* e por ultimo as *unidades*. Comece juntando sempre as ordens mais elevadas do numero menor.

Um ex.: 27 + 13.

De accordo com esta nota, basta dizer:

Vinte e *sete* mais *dez*, *trinta* e *sete*; mais *tres*, *quarenta*.

3. Faça em voz alta :

a.	*b.*	*c.*	*e.*
22 + 12	39 + 48	25 + 15	34 + 36
63 + 26	56 + 36	35 + 25	58 + 27
41 + 34	41 + 45	45 + 35	56 + 19

4. B comprou laranjas por 5 tostões; bananas por 18 vintens; um kilo de arroz por um cruzado; uma duzia de ovos por 6 tostões. Quanto pagou ?

Que deve fazer previamente para somar estas importancias ?

5. Faça de acordo com a nota 27 e em voz alta:

a.	*b.*	*c.*
218 + 132	431 + 28	4.345 + 1.258
615 + 143	315 + 29	1.360 + 340
336 + 406	462 + 34	670 + 415

6. Quantos dias tem o primeiro semestre ? o segundo ?

Exercicio 28

NOTA 28.—Quando as parcelas são muitas, dividem-se em grupos, porque assim se somam mais comodamente.

1. De acordo com esta nota, faça as somas dos numeros seguintes:

a.		*b.*	*c.*
37		3.485	5.483
45		563	57
28		879	1.065
115		46	49
96		7.358	3
87		8.246	9.298
43	...1	59	473
12		853	2·985
8		475	473
127		764	2.985
49		9.999	7.634
64	...0	5.479	7.896
1906		32	7.467
24		7.006	893
75		547	645
16	...1		732
			890

NOTA 29.—Temos um exemplo material disto, quando se trata de contar grande quantia, que está em notas de diversos valores: separamos então as notas de um mesmo valor, contam-se estas e depois reunem-se as quantias parciaes.

E' claro que a quantia total achada é a procurada, pois que com a separação das notas não se lhes alterou o numero nem o valor.

2. Fazer de dois modos a soma das parcelas seguintes:

$$\begin{array}{l} 4 + 2 + 8 + 3 + 7 + 6 = \\ 1 + 3 + 7 + 6 + 4 + 2 = \\ 5 + 6 + 2 + 8 + 6 + 3 = \\ 7 + 3 + 9 + 4 + 0 + 1 = \\ \underline{10} + \underline{12} + \underline{13} + \underline{14} + \underline{15} + \underline{1} = \end{array}$$

3. Quantas dezenas se podem fazer com a soma de dois numeros simples?

Mostre com exemplo gráfico.

4. Mostre porque quando a soma de dois numeros simples forma dezena, as unidades da soma são um numero menor que cada um desses dois numeros.

5. Some os numeros abaixo como se tem ensinado e depois some de novo, escrevendo, porem, as somas parciaes sem transportar as rezervas, como no ex. *a*.

a.	*b.*	*c.*	*d.*
375	543	8.741	32.543
569	257	5.470	8.457
944			

8 cent. + 13 dez. + 14

6. Compare as ordens da soma 944 com as correspondentes da sua parcela 375. Porque as duas primeiras ordens da soma (a partir das unidades simples), acuzam menores valores do que as correspondentes da dita parcela?

7. Somaram-se 325 e tres outros numeros que não tinham unidades, nem dezenas. Quaes os dois algarismos finaes da somma?

Exercicio 29.

1. Um operario trabalhou em

Janeiro....	20^d 10^h 40^m
Fevereiro.............	17^d 9^h 15^m
Março..........	25^d 3^h 30^m

Quantos dias, horas e minutos trabalhou ?

NOTA 30.—Sabe-se que um mez é igual a 30 dias; 1 dia de serviço é igual a 12 horas; 1 hora tem 60 minutos.

2. Uma fatura importou em £ 20. 12. 9; outra em £ 18. 0. 10.; outra em £ 14. 5. 7. Em quanto importam as tres ?

NOTA 31. - 1 £.=20 shillings; 1 shilling=12 pences.

3. Duas cidades ficam sob o mesmo meridiano; uma a 16° 3' 18'' de latitude N., e outra a 7° 50' 55'' de latitude S. Qual a sua distancia comum ?

4. Faça a soma dos seguintes numeros:
quarenta metros e tres decimetros
oito metros e uma quarta
quinhentos e cinco metros e meio
cem metros e tres quartas
um metro e vinte e oito milimetros
duzentos setenta e seis metros.

5. Extraia uma nota comercial do seguinte:
um litro de azeite por mil e oitocentos reis
uma duzia de ovos por novecentos e oitenta reis
uma lata de leite por sete tostões

um kilo de assucar alvo por quatrocentos e vinte reis
uma duzia de carrinhos de linha por mil e quatrocentos reis
dois kilos de café por mil e quinhentos reis
um quarto de libra($\frac{1}{4}$lb.) de manteiga por mil e trezentos reis.

NOTA 32.—A unidade monetaria franceza chamase *franco (f)*, moeda de prata. Um franco vale «cem *centimos*» (centimo é uma moeda de cobre). Reprezentam-se, pois, os numeros de centimos á direita do numero de francos, como reprezentamos centimetros á direita de metro.

6. Leia os seguintes numeros e faça depois as somas.

a.	*b.*	*c.*	*d.*
18f25	0f56	15f28	0f08
43f10	0f41	306f13	0f05
64	0f65	1f20	0f06
15f14	0f57	2f75	0f01

NOTA 33.—A unidade monetaria dos Estados Unidos se chama *dóllar* (sinal - $ —escrito á esquerda do numero), moeda de prata. Um dóllar vale cem *«cents»* (cent é moeda de cobre). Reprezentam-se, pois, os numeros de «cents» á direita de dóllar, como os de centimetros á direita de metro, uzando-se um ponto em vez da virgula para marcar a caza das unidades.

7. Leia os seguintes numeros e depois faça as somas.

a.	*b.*	*c.*	*d.*
$10.30	$35.60	$1.18	$.36
8.24	11.00	3.26	.24
15.50	.47	2.89	.47
26.03	8.61	5.67	.93

8. Fazer a soma de 3 numeros inteiros consecutivos de modo a ver nesta—*tres vezes o numero menor mais tres.*

NOTA 34.—Dois numeros são consecutivos, quando se passa de um para outro juntando ou tirando uma unidade. Ex.: 9 e 10.
Exemplo de 3 numeros inteiros consecutivos:
7, 8 e 9 ou, em outros termos, 7, 7 + 1 e 7 + 2.

9 Lembre-se de ter visto no Exerc. 28, como se expressa uma soma sem transportar as rezervas. A soma daqueles ditos numeros.

$$\begin{array}{r} 375 \\ 569 \\ \hline \end{array}$$

pode-se exprimir
tambem assim : $100\,(3+5)+10\,(7+6)+(5+9)$

Explique isto.

10. As expressões abaixo reprezentam numeros decompostos em unidades, dezenas e centenas.

$$\begin{array}{r} 100\,c + 10\,d + u \\ 100\,g + 10\,e + x \\ + 10\,i + l \\ \hline \end{array}$$

Escreva a soma.

NOTA 35.—A questão proposta no n? 9 desta serie, está indicando como esta deve ser rezolvida.

11. Some:

a)	3$740	$560	8$900	6$440
b)	14$800	$750	$610	$505
c)	100$	$200	5$	11$
d)	25$	32$	408$	10$

V

Subtração

Exercicio 30

1. Celso tinha 8 penas; deu 3 delas. Com quantas ficou ?

Como achou você o numero procurado ?

NOTA 36.— Tirar ou *separar* um numero de outro e *juntar* um numero a outro, são idéas que *lojicamente* se completam. Eis porque, tendo acabado de tratar de uma couza, passamos à outra.

2 Alice tem oito anos e sua irmã tem 3 anos.

Quantos anos Alice é mais velha que sua irmã ?

Agora se procura saber quanto 8 tem mais do que 3. Ora, é intuitivo que esse numero pode ser obtido, tirando-se 3 de 8, ou vendo-se que numero *somado* a 3 dá 8.

3. Quanto falta a 3$ para 8$?

Aqui se quer saber quanto falta a 3 para ser igual a 8. Ora, é tambem intuitivo que se pode obter esse numero, procurando-se o que somado a 3 dá 8; mas isto é o mesmo que tirar 3 de 8.

4. Quanto resta de 14 tirando-se 6 ?

Como achou você o numero procurado ?

5. Qual é o excesso de 14 sobre 6 ?

Como pode achar o numero procurado ?

6. Qual é a diferença de 6 para 14 ?

Como pode achar o numero procurado ?

7. Repare si os tres ultimos problemas são a mesma couza que este outro:

Que numero somado a 6 dá 14 ?

a) *A operação de tirar um numero de outro*, chama-se **Subtração**.

NOTA 37.—Vê-se nos exemplos precedentes que uma subtração se reduz a uma adição.

b) *O numero de que se tira outro*, chama-se **Minuendo.** Ele é a soma do que se tira e o que se busca.

c) *O que se tira*, chama-se **Subtraendo**.

d) *O que se busca*, chama-se **Resto**, **Diferença** ou **Excesso**, conforme o seu sentido.

e) Quando se quer dar a entender subtração, uza-se da palavra *menos*, que no calculo escrito se reprezenta por um pequeno traço horizontal. Ex.: cinco *menos* tres: 5 — 3.

Exercicio 31

1. Que é Subtração ? minuendo ? subtraendo ? resto ?
2. Que outros nomes pode ter o resto ?
3. Que é o minuendo para o subtraendo e o resto ?
4. Que sinal significa subtração ? que palavra reprezenta ?

5. Eis aqui variantes de subtração. Procure o resto em cada cazo.

a.	*b.*	*c.*
2 + ...=10	9 + ...=11	5 + ... = 9
3 + ...= 7	6 + ...=10	6 + ... =11

d.	*e.*	*f.*	*g.*
9 — 4 =	6 — 5 =	13 — 4 =	11 — 7 =
12 — 3 =	16 — 7 =	14 — 6 =	13 — 8 =

i.	*j.*	*k.*	*l.*
2 para 4,....	7 para 12,....	2 para 9,....	9 para 17,....
5 para 13,....	8 para 14,....	4 para 11,....	2 para 5,....

6. Celso díz a Dario: «Si me deres 16 pontos, terei numero igual ao teu».

Quanto Dario tem mais do que Celso ?

VI

Tirar numero simples de composto

Exercicio 32

1. Uma pessoa que leva no bolso a quantia de mil e trezentos reis em uma nota de 1$ e trezentos reis em niqueis, querendo pagar dois tostões, donde tira esta importancia ?

2. Um negociante tinha um maço e 8 velas esteari-nas. Tendo vendido 5 velas, quanto lhe resta ?

Donde tirou êle as 5 velas ?

3. De paninho que media 5m60 tirou-se 0m40. Quanto ficou ?

De que parte tira você 40 centimetros ?

4. De $1^k \frac{3}{4}$ de assucar, tendo-se gasto $0^k \frac{1}{2}$, quanto ainda resta ?

De que parte pensa você tirar $\frac{1}{2}$ kilo ?

5. Quanto são *vinte* e *nove* menos *cinco* ?

Donde se tira cinco ?

6. Faça expondo:

a.	*b.*	*c.*
$2^m 8 — 0^m 3$	1 dz^a^. 10 couzas	$1^d 9^h — 0^d 3^h$
2, 5 — 0, 4	menos 6 couzas	$6 \frac{5}{8} — \frac{2}{8}$

d.	*e.*	*f.*
$3^f 08 — 0^f 05$	\$8.09 — \$0.06	1\$800 — \$600
36 — 4	56 — 4	65 — 3

g.	*h.*	*i.*
$1 \frac{1}{2} — \frac{1}{2}$	3, 5 — 0, 5	4\$500 — \$500
25 — 5	43 — 3	$2^k \frac{4}{5} — 0^k \frac{2}{5}$

j.	*k.*	*l.*	*m.*
$5^m 2 — 5^m$	$2 \frac{5}{6} — 2$	$6^m 3 — 4^m$	109 — 5
18 — 10	48—40	57 — 20	480 — 400

MODELO DE EXPOZIÇÃO. $2^m 8 — 0^m 3$. Oito decimetros me-

nos tres decimetros são cinco decimetros. *Dois metros e cinco decimetros.*

Exercicio 33

1. O empregado de um café tem uma garrafa de leite e mais um pouco noutra garrafa. Indo vender um copo de leite, despeja no copo o leite da garrafa não cheia. Que fará para encher o copo ?

2. Um negociante que tinha 2 maços e 5 caixas de fósforos, tem a vender 7 caixas. Exponha o que êle faz.

3. Uma costureira tinha $1^m \frac{1}{4}$ de panninho e gastou já $0^m \frac{3}{4}$. Quanto ainda tem do panninho ? Exponha o seu calculo.

4. De uma peça de chita que tem $22 \frac{1}{4}$ jardas, já se tiraram $\frac{3}{4}$ da jarda. Quanto resta da peça ? Exponha o calculo.

5. Faça expondo:

a.	*b.*	*c.*	*d.*
$1^m2 - 0^m5$	$1 \frac{2}{5} - \frac{4}{5}$	1, 4 — 0, 7	2 dz^{as}. 1 ôvo
$3^m5 - 0^m8$	$6 \frac{1}{7} - \frac{3}{7}$	5, 5 — 0, 9	menos 4 ovos

e.	*f.*	*g.*	*h.*	*i.*
12 — 7	15 — 8	17 — 9	11 — 3	13 — 4
32 — 7	45 — 8	57 — 9	21 — 3	63 — 4

VII

CAZO GERAL. — Subtração de numero composto.

Exercicio 34

1. O tezoureiro de uma repartição tem 108$ em papel e $700 em niqueis. Vai fazer um pagamento de 45$300. Como fará o pagamento ?

2. Quando fica de:

a) 2 dz^{as}. 8 ovos menos 1 dz^{a}. 5 ovos ? Exponha.

b) $5^k \frac{3}{4}$ menos $2^k \frac{1}{4}$? id.

c) 3^m 7 menos 1^m 4 ? id.

d) $10 \frac{6}{8}$ menos $4 \frac{3}{8}$? id.

e) 6,8 menos 3,5 ? id.

f) 5,09 menos 2,03 ? id.

g) 10,004 menos 6,001 ? id.

h) 78 menos 32 ? id.

3. Faça expondo:

a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*	*f.*
78	846	£ 24.18	45^m62	166,86	$988 \frac{19}{20}$
— 45	— 532	— £ 11.12	— 10^m31	— 42,52	— $74 \frac{15}{20}$

4. Dois logares A e B estão situados no mesmo hemisferio e no mesmo paralelo. O primeiro a 28º 36' 50'' e o segundo a 11º 22' 10'' do meridiano escolhido. Qual é a distancia entre êles ?

5. Somemos 54 e 26.

$$\begin{array}{r} 54 \\ 26 \\ \hline \end{array}$$

Soma 80

Expressão da soma sem o transporte da reserva: 7 dez + 10

Façamos agora...

$$\begin{array}{r} 80 \\ -\ 26 \\ \hline \end{array}$$

Nos exemplos que precedem, você podia tirar as unidades do subtraendo das unidades do minuendo (o mesmo podia fazer nas outras ordens); mas agora pode ser assim? E qual o motivo? (E' que a ordem das unidades está desfalcada, como bem compreende você pela expressão da soma sem o transporte da rezerva) E como, dezaparecida a cauza, cessa o efeito, ponhamos nas unidades do minuendo o que daí saiu e temos:

$$\begin{array}{rr} (7) & (10) \\ 8 & 0 \\ -2 & 6 \\ \hline \end{array}$$

De acordo com o que acaba de ver, exponha.

a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*
720	708	431	524	612
— 514	— 543	— 123	— 268	— 247

7. Somemos 7.463 e 1.537

$$\begin{array}{r} 7.463 \\ 1.537 \\ \hline 9.000 \end{array}$$

Soma 9.000

Expressão da soma sem o transporte das rezervas: 8 mil + 9 cent. + 9 dez + 10.

Façamos agora:

$$\begin{array}{r} 9000 \\ -1537 \\ \hline \end{array}$$

Porque não podemos tirar as unidades do subtraendo das unidades do minuendo, e o mesmo fazer com as dezenas? (Porque, como se vê na expressão da somma sem o transporte das rezervas, cada ordem está desfalcada).

Restituindo a cada uma caza do minuendo o que dali saiu temos:

$$\begin{array}{rcccc} & (8) & (9) & (9) & (10) \\ & 9. & 0 & 0 & 0 \\ - & 1. & 5 & 3 & 7 \\ \hline & 7. & 4 & 6 & 3 \end{array}$$

8. De acordo com o que acaba de ver, exponha:

a.	*b.*	*c.*	*d.*
700	45.000	4.100	11.111
— 143	— 3.809	— 847	— 3.746

Chama-se, pois, atenção para o seguinte:

Quando uma ordem do minuendo acuza menor valor do que a correspondente do subtraendo, é sinal de que a

do minuendo se acha desfalcada de dez unidades daquela ordem, as quaes sob o titulo de rezerva foram transportadas para a ordem superior seguinte; e para tornar possivel a subtração nessa ordem, restitue-se-lhe em primeiro lugar o que dela saiu.

Em virtude disso, quando o minuendo tem zeros consecutivos, o primeiro vale como dez *e cada um dos outros como* nove.

VIII

Variante de subtração

26. Suponha que você tem 7$ e tem de pagar 2$ a A e 1$ a B; porem A deve 2$ a B. De ordem de A, pode você pagar os 2$ a B? Portanto, quanto pagará por tudo a B?

Seja tirar 26 de 80

Já vimos que para se poder efetuar a subtração das unidades, temos de juntar dez unidades á caza das unidades do minuendo.

$$\begin{array}{r} ^{(10)} \\ 8\ 0 \\ 2\ 6 \\ \underline{(^3)\ \ } \end{array}$$

Depois, em vez de tirar uma dezena ao minuendo, podemos transferir o debito, como fariamos entre A e B: juntemos uma dezena ás dezenas do subtraendo e tiremos, em vez de duas, tres dezenas.

Acha semelhantes os dois cazos?

Portanto, tenha de memoria:

27. *Quando se juntar dez a uma ordem do minuendo, pode deixar de tirar 1 á ordem imediata á esquer-*

da daquela, mas aumentar de 1 a do subtraendo que dela vai ser tirada.

De acordo com o exposto, subtraindo 26 de 80, podemos uzar tambem da seguinte expozição:

(Subtraindo as unidades)—Seis para dez, quatro. Vai um.

E em seguida escrever 4 para unidade do resto.

(Subtraindo as dezenas)—E dois, tres; para oito, cinco.

E escrever 5 para dezena do resto.

```
 80
 26
 --
 54
```

Exercicio 35

2. Conforme acabou de ver, procure a parcela que falta:

a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*
437	3.276	9	8	26 853
...	.....	.	.	.. ...
600	8.135	31	42	74.000

3. O mesmo nos exemplos que seguem; mas a soma vai escrita encima.

a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*	*f.*
41.000	13.740	104m3	41 $\frac{2}{5}$	47,0	47.
13.086	8.906	81m9	8 $\frac{3}{5}$	9,5	9,5

g.	*h.*	*i.*	*j.*	*k.*	*l.*
54	137	7	80	75	1
13,8	82,27	0,437	$31\frac{1}{2}$	$6\frac{3}{4}$	0,333

NOTA 38.—O professor multiplicará estes exercicios si achar conveniente, pois é muito util ao aluno ter pratica dêles.

4. Quando se vão escrevendo os algarismos do resto, que lei da numeração se aplica ?

5. Que se faz quando uma ordem do minuendo acuza menor valor que a correspondente do subtraendo ?

6. E quando o subtraendo tem decimaes e o minuendo é inteiro ? (Vid. *f. g. h i. l.* neste exercicio.)

7. E quando o subtraendo tem fração ordinaria e o minuendo é inteiro ? (Vid. *j. k.* neste exercicio)

8. Quanto são:

a) 100 — 3 — 9 — 1 — 8 — 2 — 6 — 5 — 7 — 5 — 1 — 8?
b) 100 — 5 — 5 — 5 — 5 — 5 — 5 — 4 — 9 — 1 — 2 — 6?

9. Quanto são:

a.	*b.*	*c.*	*d.*
£. 3.4	£ 3.1	£ 40.7.5	£ 20.11 $9\frac{1}{4}$
— 0.2	— 0.2	— £ 13 12.8	— £ 15.14.10 $\frac{3}{4}$

9. Uma pessôa vendeu um predio por 38.000$; lucrou 3 640$. Quanto lhe custára o predio ?

Exercicio 36

1. Subtraia mentalmente:

a.	b.	c.	d.
29 — 13	70 — 32	80 — 26	39 — 13
34 — 23	52 — 25	90 — 28	106 — 46
50 — 14	41 — 27	103 — 35	300 — 28

MODELO DE EXPOZIÇÃO. 29—13. (Primeiro tiram-se as dezenas e depois as unidades)
29 menos dez, 19; menos 3, 16.

2. O governo republicano foi proclamado no Brazil em 15 de Novembro de 1889. Quantos anos, mezes e dias até hoje ?

3. Some subtraindo:

a.	b.	c.	d.
13 + 19	412 + 19	36 + 18	34 + 29 + 18
14 + 29	327 + 29	41 + 28	28 + 17 + 19
79 + 12	36 + 119	43 + 8	41 + 39 + 38

MODELO DE EXPOZIÇÃO. 13 + 19. Digamos: 13 mais vinte, 33; menos 1, trinta e dois.

Donde procede vinte ? porque tira um ?

4. Comprou-se uma caza por 5.500$; fizeram-lhe melhoramentos no valor de 2.500$; venderam-na por 9.500$. Qual é o lucro ?

5. Subtraia somando:

a.	*b.*	*c.*	*d.*
34 — 9	23 — 8	144 — 69	118 — 58
45 — 19	33 — 18	99 — 79	300 — 68
60 — 29	66 — 38	502 — 199	404 — 78

MODELO DE EXPOZIÇÃO. 34—9. Digamos: 34 menos dez, 24; mais 1, vinte e cinco.

Donde procedeu dez? porque juntou um?

6. A e B dividiram entre si 14.625$; o primeiro recebeu 8.241$. Qual é a parte de B?

Exercicio 37

1. Um negociante toma as seguintes notas durante a semana:

	Receita.	Despeza.
2.ª feira	425$	95$
3.ª «	236$	18$
4.ª «	182$	45$
5.ª «	93$	26$
6.ª «	247$	21$
Sábado	528$	49$
Domingo	149$	16$

Mostre que o saldo se pode obter de dois modos.

2. Procure os rezultados de:

a.) 7 — 4 + 3 + 8 — 5 — 3 + 6 + 10 — 4 + 8 — 5 + 7 — 3.

Some as quantidades a juntar, depois as quantidades a subtrair e, por ultimo, tire a 2ª soma da 1ª.

b) 5 — 3 + 4 — 8 + 6 — 2 — 10 + 5 — 3 — 1 — 2 + 8.

Tambem se podem fazer as operações na ordem em que são encontradas: «5 – 3, dois; e 4, seis; – 8, menos 2 (i. é, 2 por tirar); e 6, quatro (porque 2 era para se tirar), etc.

c.) 5 — 3 + 8 — 6 — 3 — 1 + 10 — 4 — 3 + 11
d.) 2 + 5 — 6 + 7 — 4 + 2 — 8 + 6 + 3 — 12
e.) 6 + 0 — 4 + 5 — 8 + 1 — 1 + 7 + 8 + 10
f.) 8 — 3 — 4 — 2 — 3 — 4 — 1 — 5 — 2 — 6
g.) 1 — 2 — 3 — 4 — 5 + 8 — 6 — 7 + 9 — 10

h.	*i.*	j.
3400	724	4376
+ 178	+ 675	— 246
+ 2446	+ 49	+ 975
— 275	— 27	— 243
— 842	— 99	+ 146
— 95	— 86	+ 800
— 79	+ 76	— 347

3. A B e C dividiram entre si 250.000$. O primeiro teve 68.000$; o segundo 49.000$. Qual é a parte de C?

Calcule de dois modos.

Exercicio 38

1. Quanto são 20ʰ 10ᵐ 14ˢ — 5ʰ 8ᵐ 20ˢ ?

2. De quanto diminue a diferença de dois numeros, si tirarmos 5 ao minuendo e juntarmos este mesmo numero ao subtraendo ?

3. Escreva o minuendo debaixo do subtraendo e subtraia:

10.004 — 6.748 71.083 — 9.999; 642 — 285

4. 32 — 24 = 8. Quanto são 32 — 8 ?

Faz a 2ª operação para responder ? porque ?

5. Si juntar 2 a um numero e depois lhe tirar 2, que alteração sofre o numero ?

6. De quanto aumenta a diferença de dois numeros, si tirarmos 6 ao subtraendo e juntarmos este mesmo numero ao minuendo ?

7. Faça de dois modos e explique:

a) 36 — (15 + 10 + 3)

b) (22 + 31) — (15 + 12)

c) 48 + (35 — 7)

d) 48 — (35 — 7)

Que quer dizer o parentezis em a ? b ? c ? d ?

8. 6 + 4 = 10. Juntando-se 1 a 6 e tirando-se 1 a 4, que alteração sofre a soma ? porque ?

9. Quando se tira 1 a um subtraendo, que alteração sofre o resto ?

10. Si se juntar 1, 5, 3.... ao subtraendo, que acontece ao resto ?

11. A tem 2ª 8ᵐ 10ᵈ e B, 11ᵐ 27ᵈ. Quanto A é mais velho que B ?

IX

Provas

28. Podemos enganar-nos numa operação; por isso é precizo verificar o rezultado. A operação empregada para tal fim se chama **Prova.**

29. Adição. A prova mais comum da adição consiste em se somar de novo de *baixo* para *cima* (pois que de ordinario se faz a primeira soma de cima para baixo). *Si as duas somas forem iguaes, a operação está certa.*

Exemplo:

Segunda soma...........	2.092
	743
	895
	454
Primeira soma..........	2.092

NOTA 39.—E' fato que praticamente se conhece: *A inversão das parcelas faz descobrir quazi sempre o engano cometido na primeira soma.*

Daí a prova.

30. Subtração. *Somam-se o subtraendo e o resto. Si a soma for igual ao minuendo, a operação está certa.*

Exemplo:

8475	minuendo
3656	subtraendo
4819	resto
8475	soma do subt. e o resto.

Exercicio 39

1. Somar os numeros:

374 1.480 3.100 190 1.815 3.070
não escrevendo os zeros finaes das parcelas e dizer porque pode ser assim.

2. x é um numero procurado. Sabe-se que x + 4 são 12. Que operação se faz para determinar o valor de x? porque?

3. Complete: 10 — 6 = ...; logo 10 =

4. 10 — 6 e ?* + 6 = 10 são questões diferentes?

5. Que é prova aritmetica?

6. Como se faz a prova da adição?

7. Como se faz a prova da subtração?

8. Em que se bazeia cada uma?

X

Multiplicação

31. Um operario ganha 5$ por dia. Quanto ganha em 7 dias?

Deve ganhar tantos 5$ quantos forem os dias de serviço, i é,

5$ + 5$ + 5$ + 5$ + 5$ + 5$ + 5$

Você pode fazer esta soma dizendo:

dez, quinze, vinte, vinte e cinco, trinta, trinta e cinco; mas si tiver de memoria o rezultado final *trinta e cinco*, pode fazer a mesma soma dizendo simplesmente:

sete vezes cinco, trinta e cinco

o que é mais rapido.

---

* O ponto de interrogação quer dizer «*quanto*»?

32. Tres operarios fazem 743^{m} de uma obra por dia. Quantos metros em 6 dias ?

Devem fazer tantas vezes 743^{m} quantos forem os dias, i é:

Tendo de memoria as somas *de seis 3, seis 4, seis 7,* você pode abreviar a soma em questão, como se segue.

743 m
743 m
743 m
743 m
743 m
743 m
4.458 m

Fazendo a soma das unidades, basta dizer: *Seis 3, dezoito. Um de rezerva.*

Somando as dezenas: *Seis 4, vinte e quatro;* e *um* (rezerva), *vinte e cinco. Dois de rezerva.*

Somando as centenas: *Seis 7, quarenta e dois*; e *dois* (rezerva), *quarenta e quatro.*

Dest'arte, para se fazer a mesma soma, não será necessario escrever os sete numeros:

basta esvrever um...........	743
debaixo o numero de parcelas	6
	4.458

e, somando as unidades, dizer: *Seis tres, dezoito.* Escrever 8 para as unidades.

Somando as dezenas, dizer: *Seis quatro, vinte e quatro*; e *um* (rezerva), *vinte e cinco.*

Escrever 5 para as dezenas.

Somando as centenas, dizer: *Seis sete, quarenta e dois*; e *dois* (rezerva) *quarenta e quatro.*

Escrever 4 para as centenas e finalmente 4 para os milhares.

33. *Tal modo de operar a soma de numeros iguaes* é o que se chama **Multiplicação**.

Uma das parcelas da soma chama-se **Multiplicando.**

A soma diz-se **Produto.**

O numero de vezes que o multiplicando se repete, chama-se **Multiplicador.**

Quando se multiplica, emprega-se tambem a palavra *vezes*, que se reprezenta no calculo escrito por este sinal: $\times$, ou um ponto.

Exemplo: *quatro vezes cinco*: 4×5 ou $4 . 5$

Exercicio 40

1. Faça as somas seguintes, uzando a palavra *vezes*:

$7 + 7$

$5 + 5 + 5 + 5$

$8 + 8 + 8$

$9 + 9 + 9 + 9 + 9$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$

$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$

$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$

$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$

2. Decomponha em parcelas iguaes:

7×8 3×43 1×18 7×543 $5 \times \frac{1}{5}$

3. Que é multiplicação? multiplicando? produto? multiplicador? que palavra quer dizer o sinal $\times$?

4. Formule um problema que dê 6×5
5. Formule um problema que dê 8×43
6. Quanto são 4×0 ?
7. Que quer dizer 4×1 ? 1×4 ?

Exercicio 41

Multiplicações mentaes

Modelo: 3×24. Diga: *Tres vinte, sessenta; tres quatro, dôze. Setenta e dois.*

a.	*b.*	*c.*
4×16	5×17	6×16
6×24	7×18	3×14
9×13	5×24	6×32
5×36	6×64	7×29
3×27	4×17	2×18
2×150	3×240	2×250

d.	*e.*
8×12	9×12
5×16	8×24
7×28	4×37
5×18	3×17
2×19	2×27
5×24	7×18

XI

Multiplicação escrita de um numero composto por um simples.

Exercicio 42

Modêlo...... 645
3
———
1.935

Multiplicando as unidades, diga: *Tres 5, quinze. Um de rezerva.* Escreva 5 para unidades do produto.

Multiplicando as dezenas: *Tres 4, dôze; e um* (rezerva), *trêze. Um de rezerva.* Escreva 3 para dezenas do produto.

Multiplicando as centenas: *Tres 6, dezoito; e um* (rezerva), *dezenove. Um de rezerva.* Escreva 9 para centenas e depois 1 (rezerva) para milhares.

1. Multiplique, expondo:

478	3701	480	3700
5	6	6	5

Que quer indicar, no penultimo e no ultimo exemplo, o multiplicador escrito debaixo do primeiro algarismo significativo á direita do multiplicando ?

2. Porque não preciza de multiplicar os zeros finaes do multiplicando ? que faz com êles depois de feito o produto da parte que lhes fica á esquerda ?

3. Formule por si a regra para a multiplicação de um numero composto por um simples.

XII

Multiplicar por um numero composto

Exercicio 43

1. *Multiplicar por 10.*

MODELO DE EXPOZIÇÃO *(analogo ao precedente).*

$$\begin{array}{r} 37 \\ 10 \\ \hline 370 \end{array}$$

Dez 7, setenta. 7 de rezerva; (continue)

10×45 10×64 10×56 10×361

2. Compare os multiplicandos com os seus produtos. Que nota ?

3. Deduza desse fato a regra para dar imediatamente o produto de um numero por 10.

II

4. *Multiplicar por um algarismo seguido de zero.*

MODELO DE EXPOZIÇÃO. 20×37

$20 = 10 + 10$; logo 20 vezes 37 se rezolve em 10 vezes $37 + 10$ vezes 37; mas

10 vezes $37 = 370$

10 vezes $37 = 370$

$370 + 370$ é o mesmo que 2×370, que se faz assim:

$$\begin{array}{r} 370 \\ 2 \\ \hline 740 \end{array}$$

Multiplica-se 37 por 2 e á direita do produto escreve-se zero. (vid. Exerc. 42, item 1.

30×48 60×32 50×28 40×37

5. Observe nestes exemplos que multiplicação efetivamente se realiza e que couza se faz dos zeros finaes do multiplicador; e diga o rezultado da sua observação.

III

6. *Multiplicar por 100 e em geral por um algarismo seguido de zeros.*

MODELO DE EXPOZIÇÃO. 100×37.

Assim como $20 \times 37 = 10.37 + 10.37$, *assim tambem* $100 \times 37 = 10.37 + 10.37 + 10.37 +$ .... (até dez parcelas); mas

$$10 \times 37 = 370$$
$$10 \times 370 = 3700$$

(como achou 370 ?) e (como achou 3700 ?)

100×45 100×21 100×54

7. Compare os produtos com os seus multiplicandos e deduza a regra para multiplicar um numero por 100.

MODELO DE EXPOZIÇÃO. 200×48.

$200 \times 48 = 100.48 + 100.48$; mas $100.48 =$ 4.800 (como achou 4.800?); logo $100.48 + 100.48 =$ 2×4.800, que se faz assim: (*vid.* Exerc. 42, item 1.)

$$\begin{array}{r} 4.800 \\ 2 \\ \hline 9.600 \end{array}$$

8. Faça explicando:

300×37 400×8 1.000×21 etc.

$1000 \times 21 = 100.21 \times 100.21 \times 100.21$..... ....(atê 10 parcelas)

NOTA. Na pratica escreva o multiplicador terminado em zero, como vê aqui.

$$\begin{array}{r} 37 \\ 20 \\ \hline 740 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 48 \\ 200 \\ \hline 9600 \end{array}$$

e efetue a multiplicação como ficou ensinado.

Que quer indicar ficarem os zeros do multiplicador escritos assim ?

IV

Cazo Geral

Exercicio 44

MODELO DE EXPOZIÇÃO. 234×1765.
234 vezes 1765 é evidentemente 4 vezes 1765, 30 vezes 1765 e 200 vezes 1765.

		1765	
		234	
4 vezes 1765	(Exerc. 42)	7060	Produtos parciaes
30 vezes 1765	id. 43	5295	
200 vezes 1765	....	3530	
Produto total	....	413.010	

1. Faça explicando:

378	37.446	563	7.041
12	348	29	3.452

2. Porque deixa de escrever os zeros finaes dos produtos parciaes ?

Porque a soma total não está errada, não obstante a auzencia desses zeros ?

3. Um negociante comprou nove duzias de copos a 1$300 cada um; quebrou 5; vendeu o resto a 1$800. Ganhou ou perdeu ? Quanto ?

Exercicio 45

O multiplicando e o multiplicador terminados em zero.

1. Multiplique 7300 por 25.

Como procéde com os zeros finaes do multiplicando ?

NOTA 41.—Já sabe você como se multiplica por um só algarismo seguido de zeros. Poderia ver que as razões são as mesmas para a multiplicação de 28 por 120.

2. Faça, de acordo com o que foi ensinado,

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times\ 120 \\ \hline \end{array}$$

NOTA 42.—Agora que você já sabe como se pratica com os zeros finaes do multiplicando ou do multiplicador, concluirá o que deve fazer quando ambos estes numeros acabarem em zero.

3. Faça as seguintes multiplicações:

3800	510	73100	5670
470	4800	5100	34200

Chama-se, pois, atenção para o seguinte:

34. *Quando o multiplicando ou o multiplicador, ou ambos, terminam em zeros, faz-se a multiplicação como se estes não houvesse; mas á direita do produto escrevem-se outros tantos zeros.*

NOTA 43.—E' bôa pratica escrever sempre os dois numeros de modo que o primeiro algarismo significativo do multiplicador fique debaixo do primei-meiro algarismo significativo do multiplicando, como se vê nos exemplos precedentes.

XIII

Exercicio 46

1. Fazer as seguintes multiplicações sem escrever o multiplicador sob o multiplicando, mas escrevendo os algarismos á direita do sinal «=» a medida que se vão determinando.

a) $9 \times 184 =$
b) $7 \times 645 =$
c) $30 \times 147 =$
d) $800 \times 49 =$
e) $5 \times 294 =$
f) $8 \times 4006 =$
g) $60 \times 123 =$
h) $7000 \times 401 =$

2. Quantas horas em 3^{ans} 7^{m} 14^{d} ?

3. Multiplicar mentalmente:

a) 12×35
b) 15×17
c) 87×13
d) 45×14

Modelo de exposição.—13×35. Diga: 10 vezes 35, 350; 2 vezes 35, 70. 350 e 70, 420.

4. Fazer as operações:

a) $74 + 3 \times 65 - 48 + 29 \times 18$
b) $(74 + 3) \times (65 - 48) + 29 \times 18$

5. A deve 153$460 e dá em pagamento 12 litros de azeite a 1$420, 15 paneiros de farinha a 11$400, um terreno por 94$, e o resto em dinheiro. Quanto dá em dinheiro ?

Exercicio 47

1. Uma classe funciona diariamente durante 4^{h} 12^{m}. Que tempo (horas e minutos) funciona durante 3 dias ?

Modelo de exposição.—O tempo deve ser 3 vezes 4 h 12 m (Exerc. 42). 3 vezes 12 minutos = 36 minutos. 3 vezes 4 horas = 12 horas. Resposta: 12 h 36 m.

2. Do mesmo modo exponha as seguintes questões:

a) Que tempo gasta um alfaiate para fazer 3 cazacas, si êle faz uma em 2^{d} 3^{h} ?

b) Quantos metros ha em 4 retalhos de fazenda, tendo cada um 3^{m} 2 ?

c) Quanto custam 5 chapeus a 2^{fr} 18 cada um ?

3. Faça, expondo como acima, as seguintes multiplicações:

a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*
7^{d} 5^{h}	12^{m} 12	14^{fr} 15	$10^{m}\frac{1}{4}$	$7dz.^{as}$ 2
× 4	× 5	× 6	× 3	× 5

f.	*g.*	*h.*	*i.*	*j.*
$23\frac{2}{7}$	6, 4	9, 3	$41\frac{3}{7}$	9^{m} 23
× 3	× 2	× 3	× 4	× 3

k.	*l.*	*m.*	*n.*	*o.*
1$300	2$250	$4.31	$0.31	$250
× 5	× 2	× 3	× 3	× 2

Exercicio 48

1. Vejamos agora exemplos em que o produto da fração pode formar unidades.

a.) Uma costureira comprou 4 cortes de vestido. Cada um tinha $7^{m}\frac{1}{4}$. Quantos metros comprou ao todo ?

MODELO DE EXPOZIÇÃO.—4 vezes $^{1}/_{4}$ do metro são 4 quartos ou 1 metro. 4 vezes 7 metros são 28 metros. Resposta 29 metros.

b.) Um alfaiate comprou 5 ternos para homem. Cada um tinha $6^{m}\frac{1}{4}$. Quantos metros comprou ao todo ?

MODELO DE EXPOZIÇÃO.—5 vezes $^{1}/_{4}$ do metro são $^{5}/_{4}$ ou $1^{m}\ ^{1}/_{4}$. 5 vezes 6 metros são 30 metros. Resposta: Comprou ao todo $31^{m}\ ^{1}/_{4}$.

2. Do mesmo modo faça as seguintes multiplicações:

a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*
$30^{m}\frac{1}{4}$	$12^{k}\frac{1}{5}$	$4^{d}\ 15^{h}$	$7^{fr}\ 48$	\$6.15
$\times\ 6$	$\times\ 5$	$\times\ 2$	$\times\ 3$	$\times\ 7$

f.	*g.*	*h.*	*i.*	*j.*
3\$250	$5\frac{1}{2}$	8, 2	$7\frac{2}{5}$	15, 25
$\times\ 4$	$\times\ 2$	$\times\ 5$	$\times\ 4$	$\times\ 4$

k.	*l.*	*m.*	*n.*
$12\frac{7}{20}$	4, 8	11, 27	5 dz.as 7
$\times$ 4	$\times$ 2	$\times$ 5	$\times$ 2

3. Um operario ganha por mez £. 5.12.9. Quanto ganha em 6 mezes ?

MODELO DE EXPOZIÇÃO.

6 vezes 9 pences,	£ 5. 12. 9.
54 pences ou 4	$\times$ 6.
shillings e 6 pences.	£ 33. 16. 6.

Escrevemos 6 pences e rezervamos os 4 shillings para juntar ao produto seguinte. (Continúe).

4. Do mesmo modo faça as seguintes multiplicações:

a) 8 $\times$ £ 4. 0. 9.
b) 11 $\times$ £ 7. 3. 0.
c) 10 $\times$ 2ans 7m 14d
d) 6 $\times$ 4h 18m 13d
e) 8 $\times$ 15ans 17d

XIV

NOTA 44.—O multiplicando e o multiplicador se chamam *fatores* do produto. Quer isto dizer que o produto pode ser formado de qualquer destes dois numeros.

35. Seja o produto 3 $\times$ 5 (Tres vezes cinco.)

NOTA 45.—A vantajem da escolha de numeros simples é facilitar a demonstração.

As expressões, como 3 $\times$ 5, se denominam *produtos*, como 4 + 7 se chama *soma*, e 10 — 3, *diferença*.

E' claro que o producto é formado do numero 5, i. é, $5 + 5 + 5$.

Decompondo-se as parcelas em unidades, vem:

Somando as unidades dispostas nas verticaes, você tem: $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 \times 3$. (tres vezes cinco).

$$\begin{array}{c} 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ \hline 3 + 3 + 3 + 3 + 3 \\ = 5 \times 3. \end{array}$$

Logo o mesmo produto tambem se forma com o numero 3,

c. q. d.

NOTA 46.—c. q. d. significa: *como queriamos demonstrar*.

Assim prove que 6×4 é o mesmo que 4×6; $3 \times 7 = 7 \times 3$, etc.

NOTA 47.—A expressão 6×4 (6 vezes 4) tambem pode ser lida: *6 multiplicado por 4*, i. é, podemos ler o sinal $\times$ uzando a palavra *vezes* ou *multiplicado*; porque si dissermos:

seis vezes quatro

exprimimos que o produto se forma de 4; se dissermos:

seis multiplicado por quatro

exprimimos que o produto se forma de 6; mas quer no primeiro, quer no segundo cazo, o produto é o mesmo, em virtude do que se acabou de provar.

Escreva em algarismos: *Seis vezes 9* e depois *nove multiplicado por 6*.

36. Em virtude da propriedade de que acabamos de

tratar, é preferivel tomar por multiplicador o fator que tiver menos algarismos significativos, ou o que menos trabalho der para a formação dos produtos parciaes.

Seja 327 × 64 (327 vezes 64).

1ª operação.

```
     64
   ×327
   ----
    448
   128
  192
  -----
  20928
```

2ª operação.

```
   327
  × 64
  ----
  1308
 1962
 -----
 20928
```

Como se vê, na segunda operação se fazem menos produtos parciaes: é a vantajem.

Exercicio 49

1. Faça do modo mais facil e explique:

a) 5.387 × 259
b) 2.222 × 861
c) 5.007 × 653
d) 666 × 38
e) 5.018 × 463
f) 7.777 × 44

e) 320.426.346 × 897.654.

Porque é preferivel tomar neste ultimo exemplo o primeiro numero por multiplicador ?

2. Calcule:

a) 2.743 metros de cadarço a 85 reis.

b) 6.348 kilos de carne a 930 reis.

3. Que numeros se chamam fatores do produto ?

4. Os dois fatores de um produto não têm o mesmo numero de algarismos. Qual prefere você para multiplicando? Porque?

5. Uma sala é ladrilhada; tem 50 tijolos no comprimento e 22 na largura. Mostre com uma figura que pode calcular a quantidade de tijolos fazendo o produto de 30×22 ou 22×30. Qual prefere fazer?

6. $2^h\ 40^m$ são quantos segundos? Mostre quaes os multiplicandos, quando estiver fazendo o calculo, dispondo os numeros como for mais conveniente na pratica.

7. Um metro de fazenda custa 740 reis. Quanto custam 18 metros?

E' correto dizer que nesta questão se multiplica 740 reis por 18 metros? Como se deve dizer?

8. O produto participa da especie do multiplicando ou do multiplicador? Porque?

9. Então, debaixo de qual ponto de vista é que o produto é formado de qualquer dos seus dois fatores?

10. Fazer os produtos seguintes:

a) $74 \times 375 \times 4068$; *b*) $41 \times 84 \times 349 \times 1002$; etc.

11. Como se faz naturalmente um produto de mais de dois numeros?

12. Um operario ganha 4$500 por dia e gasta 2$600. Quanto economiza em 58 dias?

XV

37. Vimos anteriormente que, dado um produto de

dois numeros, um qualquer destes pode compor aquêle: fato, donde lhes vem o nome de *fatores* do produto.

Isto mesmo acontece, quando o produto tem mais de dois fatores.

Com efeito, seja o produto $2 \times 5 \times 3$. *Provemos que qualquer dos numeros 2, 5 e 3 é fator do produto.*

Em $2 \times 5 \times 3$ podemos considerar 2×5 o multiplicador e 3 o multiplicando.

Segundo a hipoteze, o produto se forma de 3 ou de 2×5; mas 2×5 se forma de 2 ou de 5; logo $2 \times 5 \times 3$ se forma de 2, ou de 5, ou de 3,

c. d. q.

Vejamos agora que, quando os fatores são os mesmos, os produtos são os mesmos, qualquer que seja a ordem em que aquêles se multipliquem.

E' o que se exprime da seguinte forma:

38. *A ordem dos fatores não altera o produto.*

1°. cazo. *Um produto de dois fatores.*

Já foi demonstrado. (Vid. item 35)

2°. cazo. *Em um produto se pode inverter a ordem de dois fatores consecutivos.*

a) Seja primeiro um produto de tres fatores e *provemos que se pode inverter a ordem dos dois ultimos fatores:*

$$2 \times \dot{5} \times \dot{3} = 2 \times \dot{3} \times \dot{5}.$$

Com efeito, em $2 \times \dot{5} \times \dot{3}$ podemos abstrair do primeiro fator e temos:

$$\dot{5} \times \dot{3} = \dot{3} \times \dot{5} \qquad \text{(1º cazo)}$$

$$\text{Logo } 2 \times \dot{5} \times \dot{3} = 2 \times \dot{3} \times \dot{5}$$

c. q. d.

b) Seja em segundo logar um produto qualquer e *provemos que podemos inverter a ordem dos dois ultimos fatores*:

$$2 \times 7 \times \dot{3} \times \dot{4} = 2 \times 7 \times \dot{4} \times \dot{3}$$

Com efeito:

$$2 \times 7 \times \dot{3} \times \dot{4} = 14 \times \dot{3} \times \dot{4} = 14 \times \dot{4} \times \dot{3}$$

c. q. d.

c) Sejam em terceiro logar dois fatores consecutivos quaesquer:

$$10 \times \dot{4} \times \dot{6} \times 8 = 10 \times \dot{6} \times \dot{4} \times 8.$$

Com efeito, abstraindo do fator 8 *(ou os fatores que em outros cazos se seguirem aos dois em questão)*, temos:

$$10 \times \dot{4} \times \dot{6} = 10 \times \dot{6} \times \dot{4} \qquad \text{(cazo antecedente)}$$

Logo

$$\therefore\ 10 \times \dot{4} \times \dot{6} \times 8 = 10 \times \dot{6} \times \dot{4} \times 8$$

c. q. d.

3.º cazo. Vejamos, finalmente, que um fator pode ocupar qualquer logar no produto:

$$3 \times 4 \times 5 \times \dot{8} \times 7 = 3 \times \dot{8} \times 4 \times 5 \times 7$$

Com efeito, em virtude do que acabamos de ver, temos:

$$3 \times 4 \times 5 \times \dot{8} \times 7 = 3 \times 4 \times \dot{8} \times 5 \times 7 = 3 \times \dot{8} \times \dot{4} \times 5 \times 7,$$

c. q. d.

XVI

39. *Multiplicar um numero por 11.*

Chama-se a atenção para o seguinte:

1º. *Os produtos parciaes são identicos ao multiplicando e por issso :*

2º. *O primeiro algarismo que se escreve no produto é o primeiro do multiplicando.*

```
 3241
 × 11
 ----
 3241
3241
```

3º. Somar a 2ª. coluna de algarismos é o mesmo que *somar o primeiro algarismo do multiplicando com o segundo.*

4º. Somar a 3ª. coluna de algarismos é o mesmo que *somar o segundo algarismo do multiplicando com o terceiro*. E assim por diante.

5º. Finalmente, *escreve-se no produto o ultimo algarismo do multiplicando*.

NOTA 48.—Você compreende bem que uma soma parcial pode exceder a 9 e em tal cazo terá que juntar a rezerva desta á soma seguinte.

Exercicio 50

1. Dizer como se pode dar o produto de um numero por 11 não fazendo a multiplicação.

2. Aplique o que acaba de dizer ás multiplicações:

a) 11 × 1.235
b) 11 × 4.378
c) 11 × 4.301
d) 11 × 7.483
e) 438.003 × 11
f) 399.041 × 11
g) 68.730 × 11
h) 1.008 × 11

3. Compraram-se 5 duzias de ovos a 9 tostões a duzia. Em quanto importam ?

4. *Multiplicar um numero por 9, 99, 999, etc.*

MODELO DE EXPOZIÇÃO.—9 × 375. Escrevamos um zero á direita de 375 e do rezultado tiremos o mesmo 375.

Com efeito, 3750 é 10 vezes 375 (Exerc. 43); menos uma vez 375, resta 9 × 375.

```
 3750
— 375
 3375
```

Multiplique explicando:

a) 9×284
b) 99×504
c) 999×686
d) 50 multiplicado por 9
e) 740 multiplicado por 9999
f) 504 « « 99
g) 999 « « 7300
k) 48 « « 9

5. Um trem faz 108 kilometros por hora. Que distancia percorre das 7 da manhã ás 11 da noite?

6. *Multiplicar por 19, 299, 3999, etc.*

MODELO DE EXPOZIÇÃO.—19×403. Multipliquemos 403 por 19 + 1 ou 20; e do rezultado tiremos o mesmo 403.

$$\begin{array}{r} 403 \\ 20 \\ \hline 8060 \\ -403 \\ \hline 7657 \end{array}$$

Explicação analoga á precedente.

a) 29×52
b) 49×27
c) 299×58
d) 3999×28
e) 46×79
f) 17×89
g) 203×399
h) 26×59999

Chama-se, pois, a atenção para o seguinte:

40. *Quando o multiplicador acaba em 9, junta-se-lhe uma unidade e do produto rezultante tira-se o multiplicando.*

Que vantajem acha você que rezulta disto?

Exercicio 51

1. Um negociante comprou 15 peças de fazenda á ra-

zão de 5 tostões o metro. Cada peça tinha 36 metros. Revendeu-as e ganhou 21$600. Por quanto as vendeu ?

2. Forme mentalmente o dobro de 37; o triplo de 18; o quadruplo de 25; o decuplo de 46; etc.

3. A simples inspeção decomponha em produto de dois numeros os seguintes:

20 110 1200 28000 etc.

4. Efetue as operações:

$412 \times 37 \times 25$ $4037 \times 283 \times 49 \times 8$.

Na pratica é util ter de memoria produtos como:

2×35	2×60	2×48	2×75	2×45	2×150
3×17	3×16	3×25	3×15	3×18	3×12
4×15	4×12	4×16	4×25	4×18	4×17
5×15	5×25	6×15	6×12	7×12	8×12
8×15	11×11	12×12	13×13	25×25	15×15

6. A promete 3 tostões a B toda a vez que pelas compozições que fizer, fôr ao primeiro logar da classe; mas obriga-o a lhe pagar 4 tostões toda a vez que assim não acontecer. Foram 20 as compozições e B foi onze vezes ao primeiro logar. A deve a B ? Quanto ?

Exercicio 52

1. Diga sem fazer a multiplicação, nem a subtração:

a) Quanto 7×9 tem mais que 7×8 ?

b) Quanto 10×4 tem mais que 8×4 ?

c) Quanto 8×7 tem menos que 10×7 ?

2. São dados os produtos 4×8 e $(4 + 1) \times 8$. Qual é a diferença dêles? (*Responda sem fazer a operação.*)

NOTA 49.—O parentezes está indicando que é a soma 4 + 1 ou 5 que se deve multiplicar por 8. A mesma expressão sem o parentezes $4 + 1 \times 8$ significa que a 4 se deve juntar 1×8 ou 8. O rezultado de $4 + 1 \times 8$ é 12; ao passo que $(4 + 1) \times 8$ quer dizer 5×8 ou 40.

3. De quanto é a diferença entre:

a) 9×7 e $(9 + 2) \times 7$?
b) 9×7 e $(9 - 4) \times 7$?

4. Que aumento, pois, tem o produto quando se juntam 1, 2, 3. . . . . unidades ao multiplicador?

5. Que diminuição sofre o produto quando tiramos 1, 2, 3. . . . unidades ao multiplicador?

6. Suponhamos dada uma multiplicação. O multiplicador passou de 23 a 34. Que alteração terá o produto?

7. E si o multiplicador baixasse para 17, qual seria a diferença?

Exercicio 53

1. Fazer de dous modos:

a) $4 \times (10 + 5)$
b) $3 \times (8 + 7$

NOTA 50.—Como vê, você pode multiplicar um numero por uma soma não realizada, *multiplicando o numero pelas parcelas e depois somando os produtos.*

2. Como se pode multiplicar uma soma não realizada por um numero ?

3. Complete: $235 = 200 + 30 + 5$; logo $4 \times 235 =$ . .

4. Reduza á multiplicação de um numero por uma soma o seguinte:

a) $12 \times 10 + 5 \times 10 =$

b) $8 \times 6 + 4 \times 6 + 9 \times 6 =$

5. São dados os produtos 4×8 e $4 \times (8 + 1)$. Quanto o segundo tem mais que o primeiro ?

6. São dados os produtos 5×7 e $5 \times (7 + 2)$.

Qual a diferença dos dois ?

7. Que aumento tem o produto quando se juntam 1, 2, 3. . . . . unidades ao multiplicando ?

8. Sejam os produtos 6×9 e $6 \times (9 - 1)$. Quanto o segundo tem menos que o primeiro ?

9. Sejam 7×10 e $7 \times (10 - 3)$. Quanto o segundo tem menos que o primeiro ?

10. Que diminuição sofre um produto quando se tiram 1, 2, 3. . . . . unidades ao multiplicando ?

11. O kilo da borracha baixou de 1$200 para 1$085. De quanto diminuiu o custo de 300 kilos ?

Exercicio 54

1. Quando se multiplica um numero por 10, 100, 1000. . . de quantas vezes o numero aumenta o seu valor ?

2. Aumentar de 9 um numero e tornal-o 9 vezes maior, é a mesma couza ?

NOTA 51.—Multiplo é o numero formado de varias vezes outro. Assim 20 é multiplo de 5, porque 20 = 5 + 5 + 5 + 5; 15 tambem o é; etc. Portanto, multiplo é um produto.
Os multiplos se chamam *dobros, triplos, quadruplos, etc.*

3. São dados dois numeros; um é dobro do outro. Que é a soma dos dois ? E a diferença ?

4. Um numero é quadruplo de outro.
Que é a soma dos dois ? Que é a diferença ?

5. Multiplicou-se um numero por 4 e depois o mesmo numero por 5, e somaram-se os produtos. Quantas vezes a soma contém o numero ?

6. Multiplicou-se um numero por 4 e depois o rezultado por 5. Quantas vezes o segundo produto contém o numero ?

7. Fazer de dois modos:

a). $3 \times (12 - 7)$

b) $4 \times (8 + 3 - 7)$

Tire concluzão.

XVII

Divizão

Exercicio 55

1. Quantos 4 fazem 12 ?
2. Portanto, 12 quantos 4 contém ?

3. Quantos 5 fazem 17 ? porque ?
4. Portanto, 17 quantos 5 contém ? quanto sobra ?

NOTA 52.—Muitas questões têm por fim saber quantas vezes um numero contém outro. Por ex.;

5. Alice tinha 2 tostões; comprou mangas a 2 vintens cada uma. Quantas mangas comprou Alice ?

A que se reduz este problema ?

6. Quantas semanas são 29 dias ?

A que se reduz este outro ?

7. Erico dividiu 2 tostões com 5 pobres. Quanto deu a cada um ?

Você vai ver como este problema se reduz tambem a saber quantos 5 se contêm em 10.

Suponha Erico repartindo o dinheiro, não sabendo ainda quanto tinha de dar a cada pobre.

Ele dá primeiro um vintem a cada um; e, como os pobres são cinco, êle tira a primeira vez *cinco vintens* dos *dez* que tem.

Do resto êle dá segunda vez um vintem a cada pobre. Portanto, tira outros *cinco vintens* e está concluida a divizão do dinheiro, porque nada mais lhe resta.

Conseguintemente, cada pobre recebe tantos vintens quantas vezes *dez contém cinco.*

NOTA 53.—As questões desta ordem dão lugar a uma operação aritmetica, chamada *Divizão.*

41. *A operação aritmetica para se achar quantas vezes um numero contém outro*, chama-se **Divizão**.

O numero que contém outro, chama-se **Dividendo**.

O que é contido, chama-se **Divizor**.

O que é procurado, diz-se **Quociente**.

O que sobra do dividendo, diz-se **Resto**.

Quando se quer dar a entender uma divizão, uza-se deste sinal « : » que reprezenta a palavra «contém» ou «dividido». Assim: 10 *contém* 2 é reprezentado por 10 : 2.

NOTA 54.—Empregue-se de preferencia a palavra «*contém*».

Exercicio 56

1. Invente um problema para 20^m : 3^m.

NOTA 55. – Repare que problemas de divizão, como o nº 7 da serie precedente, procuram saber uma parte do dividendo, embora, para a determinação do quociente, tudo seja ver quantas vezes o dividendo contém o divizor.

2. Que parte do dividendo é procurada no problema nº. 7 da serie precedente ?

3. Invente um problema para 15$: 3.

4. Invente um problema para $\frac{1}{4}$ de £ 40.

5. Que é divizão ?

6. Como se chama o numero que contém outro ?

7. Como se chama o numero contido em outro ?

8. Como se chama o numero procurado por uma divizão.

9. Que é resto de uma divizão?

10. Qual é o sinal de uma divizão ?

42. Si você atender bem para a procedencia da divizão, reconhecerá que:

o *dividendo* é um *produto;*

o *divizor* é o *multiplicando*;

o *quociente* é o *multiplicador*.

Daqui você concluirá este

43. PRINCIPIO: *O dividendo é o produto do divizor pelo quociente.*

Exercicio 57

1. Que é o dividendo para o divizor e o quociente ?

2. Que principio se deduz daqui ?

3. 20 é o produto de dois numeros; um dêles é 4. Qual é o outro numero ?

Que especie de problema é este ?

4. x é um numero. $7 \times x = 21$. Que operação se faz para determinar x ?

5. $15 : 5$ e $5 \times ? = 15$ são questões diferentes ? porque ?

6. Vá lendo e completando:

1.

$2 \times \ldots\ldots = 10$
$5 \times \ldots\ldots = 35$
$8 \times \ldots\ldots = 48$
$3 \times \ldots\ldots = 18$
$6 \times \ldots\ldots = 36$

2.

$9 \times \ldots\ldots = 54$
$4 \times \ldots\ldots = 24$
$7 \times \ldots\ldots = 49$
$2 \times \ldots\ldots = 2$
$5 \times \ldots\ldots = 10$

3.

$6 \times \ldots\ldots = 18$
$9 \times \ldots\ldots = 27$
$4 \times \ldots\ldots = 28$
$7 \times \ldots\ldots = 14$
$2 \times \ldots\ldots = 18$

4.

$5 \times \ldots\ldots = 40$
$8 \times \ldots\ldots = 16$
$9 \times \ldots\ldots = 36$
$4 \times \ldots\ldots = 8$
$7 \times \ldots\ldots = 35$

5.	6.	7.	8.	9.
4 : 2	45 : 5	40 : 5	21 : 3	12 : 2
15 : 3	12 : 3	6 : 2	6 : 3	63 : 9
72 : 9	28 : 4	24 : 4	25 : 5	8 : 4
12 : 4	16 : 8	9 : 9	24 : 3	30 : 6
30 : 5	20 : 4	16 : 4	27 : 9	32 : 4

10.	11.	12.	13.	14.
21 : 7	9 : 3	64 : 8	10 : 5	42 : 7
42 : 6	48 : 6	24 : 8	32 : 8	1 : 1
18 : 2	72 : 8	15 : 5	56 : 8	2 : 2
45 : 9	20 : 5	54 : 6	14 : 2	3 : 3
56 : 7	35 : 7	81 : 9	36 : 4	6 : 6

7. Achar quocientes e restos.

Modelo de expozição. 3 : 2. Diga: 3 contém 2 uma vez. 1 *vez* 2 são 2, para 3, *um*.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
11 : 2	9 : 2	15 : 2	4 : 3	2 : 3	25 : 3	26 : 3
1 : 2	5 : 2	17 : 2	8 : 3	5 : 3	10 : 4	13 : 4
7 : 2	13 : 2	19 : 2	1 : 3	10 : 3	15 : 4	18 : 4
7 : 3	11 : 3	13 : 3	14 : 3	16 : 3	23 : 4	25 : 4
17 : 3	19 : 3	20 : 3	22 : 3	23 : 3	27 : 4	5 : 4
8.	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**14.**
28 : 3	29 : 3	9 : 4	31 : 4	33 : 4	34 : 4	35 : 4
11 : 4	14 : 4	17 : 4	2 : 4	38 : 4	1 : 4	39 : 4
21 : 4	19 : 4	22 : 4	13 : 5	14 : 5	16 : 5	17 : 5
7 : 4	26 : 4	6 : 4	19 : 5	21 : 5	22 : 5	23 : 5
29 : 4	3 : 4	30 : 4	26 : 5	27 : 5	28 : 5	29 : 5
15.	**16.**	**17.**	**18.**	**19.**	**20.**	**21.**
37 : 4	4 : 5	3 : 5	2 : 5	1 : 5	39 : 5	26 : 6
7 : 5	38 : 5	37 : 5	36 : 5	34 : 5	33 : 5	40 : 6
18 : 5	31 : 5	32 : 5	41 : 5	49 : 5	42 : 5	31 : 6
24 : 5	43 : 5	44 : 5	47 : 5	48 : 5	46 : 5	46 : 6
6 : 5	9 : 6	20 : 6	21 : 6	22 : 6	23 : 6	38 : 6
22.	**23.**	**24.**	**25.**	**26.**	**27.**	**28.**
26 : 6	27 : 6	28 : 6	29 : 6	53 : 6	55 : 6	56 : 6
39 : 6	41 : 6	34 : 6	43 : 6	7 : 6	9 : 7	10 : 7
44 : 6	32 : 6	45 : 6	33 : 6	13 : 7	5 : 6	15 : 7
35 : 6	47 : 6	37 : 6	49 : 6	3 : 6	17 : 7	2 : 6
50 : 6	59 . 6	51 : 6	52 : 6	19 : 7	20 : 7	22 : 7

29.	30.	31.	32.	33.	34.	35.
57 : 6	58 : 6	25 : 7	26 : 7	27 : 7	29 : 7	30 : 7
11 : 7	12 : 7	69 : 7	31 : 7	20 : 7	32 : 7	67 : 7
4 : 6	16 : 7	33 : 7	66 : 7	68 : 7	65 : 7	36 : 7
18 : 7	1 : 6	64 : 7	37 : 7	62 : 7	38 : 6	61 : 7
23 : 7	24 : 7	39 : 7	60 : 7	40 : 7	59 : 7	41 : 7

36.	37.	38.	39.	40.	41.	42.
43 : 7	44 : 7	58 : 7	45 : 7	57 : 7	12 : 8	13 : 9
46 : 7	55 : 7	47 : 7	54 : 7	48 : 7	79 : 8	18 : 8
53 : 7	52 : 7	51 : 7	50 : 7	8 : 7	20 : 8	76 : 8
6 : 7	5 : 7	4 : 7	1 : 7	3 : 7	74 : 8	23 : 8
2 : 7	8 : 9	9 : 8	10 : 7	11 : 8	26 : 8	70 : 8

43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.
14 : 8	15 : 8	17 : 8	68 : 8	27 : 8	67 : 8	28 : 8	66 : 8
78 : 8	19 : 8	77 : 8	29 : 8	65 : 8	30 : 8	63 : 8	31 : 8
21 : 8	75 : 8	22 : 8	62 : 8	33 : 8	61 : 8	34 : 8	60 : 8
73 : 8	25 : 8	71 : 8	35 : 8	59 : 8	36 : 8	58 : 8	37 : 8
27 : 8	69 : 8	26 : 8	57 : 8	38 : 8	55 : 8	39 : 8	7 : 8

8. Daqui por diante, de acordo com o seguinte:

MODELO DE EXPOZIÇÃO. 39 : 8. Diga somente: 39 contém 8 quatro. Resto 7.

NOTA 56.—Não se deixa de fazer a multiplicação do divizor pelo quociente achado e tambem o calculo do resto; porem tudo isto deve ser feito *mentalmente*.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
6 : 8	10 : 9	12 : 9	11 : 9	13 : 9	89 : 9	29 : 9
14 : 9	5 : 8	15 : 9	4 : 8	16 : 9	33 : 8	86 : 9
3 : 8	17 : 9	2 : 8	19 : 6	1 : 8	84 : 9	37 : 9
20 : 8	21 : 9	22 : 8	23 : 9	24 : 9	39 : 9	80 : 9
25 : 9	25 : 9	29 : 9	30 : 9	31 : 9	78 : 9	42 : 9

8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
88 : 9	32 : 9	87 : 9	44 : 9	75 : 9	46 : 9	50 : 9	5 : 9
34 : 9	85 : 9	35 : 9	74 : 9	47 : 9	73 : 9	69 : 9	52 : 9
83 : 9	38 : 9	82 : 9	8 : 9	71 : 9	48 : 9	6 : 9	68 : 9
40 : 9	79 : 9	41 : 9	70 : 9	49 : 9	7 : 9	51 : 9	56 : 9
77 : 9	43 : 9	76 : 9	33 : 9	67 : 9	55 : 9	66 : 9	65 : 9
61 : 9	54 : 9	60 : 9	56 : 9	64 : 9	57 : 9	62 : 9	58 : 9

XVIII

NOTA 57. —Até agora temos visto os cazos simples, i. é, aquêles em que o *divizor* e o *quociente* são *dijitos*; agora, os cazos em que o divizor e o quociente sejam numeros compostos.

44. 1°. ex. 648 : 2 (quantas vezes 648 contém 2 ?)

RACIOCINIO —600 contém 2 .... 300 vezes.
40 « 2 .... 20 «
8 « 2 .... 4 «
Logo 648 « 2 .... 324 «

Como este faça:

369 : 3 804 : 4 406 : 2 505 : 5

45. Cada uma das partes 600, 40, 8, do dividendo, chama-se *dividendo parcial*; e as do quociente, *quocientes parciaes*.

Nas divizões acima, na primeira, por ex., em vez de: «600 contém 2»; «40 contém 2»; etc.; podemos dizer respetivamente: *6 contém 2*; *4 contém 2*; etc.; e ir escrevendo os quocientes parciaes um *á direita* do outro.

Qual principio da numeração se está assim aplicando ?

NOTA 58.—A medida que se consideram os algarismos do dividendo, vá marcando cada um, como vê no tipo de calculo.

Tipo de calculo

```
...
648 | 2
      324
```

Faça de tal modo as seguintes divizões:

```
963 | 3     604 | 2     609 | 3     480 | 4
```

46. 2°. ex. Quantas vezes 1 duzia e 3 contém 5 ?

Você pode raciocinar assim:
1 duzia contém 5 duas vezes com o resto 2.
2 mais 3 são 5. 5 contém 5 uma vez.
Logo 1 duzia e 3 contém 5 *tres* vezes.
Ou então:

1 duzia e 3 são 15. 15 contém 5 *tres* vezes.
Qual dos dois modos prefere ?

Quantas vezes 1 semana e 3 dias contém 2 dias ?

Explique do modo mais facil ?

47. 3°. ex. Quantas vezes 142 contém 2 ?

Assim tambem aqui você pode dizer :
100 contém 2 *cincoenta* vezes.
40 contém 2 *vinte* vezes.
2 contém 2 *uma* vez.
Logo 142 contém 2 *setenta* e *uma* vezes.
Ou então, reduzindo a centena a dezenas e reunidas éstas ás existentes, o dividendo se torna em 14 dez. 2 unid.

Ora, 14 contém 2....*sete*.
2 contém 2....*um*.
Qual dos dois modos é preferivel ?

Tipo de calculo.

```
142 |2
    ----
     71
```

Tenha memoria:

48. *Quando o primeiro algarismo á esquerda do dividendo é menor que o divizor dijito, o primeiro dividendo parcial deve ser o numero formado pelos dois primeiros algarismos á esquerda do dividendo.*

49. 4°. ex. 72 : 3 (que vezes 72 contém 3 ?)
7 contém 3.... *dois*. Resto... *um*, i. é, 1 *dez*.
1 dez e 2 são 12. 12 contém 3... quatro.

Tipo de calculo.

```
72 |3
   ----
1   24
```

Faça, explicando:

34|2   97|3   528|4   605|4

NOTA 59.—Compreende-se que do mesmo modo se fará uma divizão por 5, 6, ... 9, 10, 11, etc. Por isso.

Faça explicando:

183|7   645|8   206|9   501|10

Quantos algarismos para o primeiro div dendo parcial quando o divizor é 9? porque? quando é 10? porque?

2.708 | 10   5.634 | 11   1104 | 11   1451 | 12

Quantos algarismos para o primeiro dividendo parcial si o divizor for 11? 12? porque?

Quantos algarismos tomaria você para o primeiro dividendo parcial, si o divizor tivesse 3 algarismos? 4 algarismos? cinco algarismos?

Tenha de memoria:

50. *O primeiro dividendo parcial deve ter tantos algarismos quantos forem os do divizor; si, porem, esse numero for menor que o divizor, toma-se mais um algarismo.*

NOTA 60.—O primeiro dividendo parcial de numero de algarismos igual ao divizor é menor que este, quando *o seu primeiro algarismo á esquerda é menor que o primeiro à esquerda do divizor.* (vid. Exer. 6, nº 9.)

Quando, pois, você tiver de tomar o primeiro dividendo parcial, repare antes de tudo para o primeiro algarismo á esquerda do divizor e para o primeiro á esquerda do dividendo. Si o deste for o menor, tome logo para primeiro dividendo parcial tantos algarismos *quantos forem os do divizor mais um.*

51. 5º. ex. 684 : 53

Tipo de calculo

684 | 32

Quantos algarismos deve ter o primeiro dividendo parcial? porque?

68 : 32 = ?   Escreva esse algarismo para quociente. Para achar o resto diga: 2 vezes 32, *sessenta* e *quatro;* para 68, *quatro.*

Mas podemos fazer parcial e simultaneamente a multiplicação e a subtração.

Notemos primeiro que o produto de 32 por 2 se compõe de duas partes (vid. Nota 50). Quaes são elas ?

O *produto das unidades* tiraremos das *unidades* (8) do dividendo parcial (68); e *o das dezenas*, das dezenas (6) do mesmo dividendo parcial.

Dest'arte digamos:

(Formando e subtraindo o produto das unidades do divizor)

«2 vezes 2, *quatro;* para 8, quatro».
Escrevamos 4 debaixo de 8 do primeiro dividendo parcial.

(Formando e subtraindo o produto das dezenas do divizor)

«2 vezes 3, *seis*; para 6, *zero*.
Escrevemos 0 debaixo de 6 do mesmo dividendo parcial.

Faça a segunda divizão parcial e procêda quanto ao mais como ficou ensinado.

Faça, explicando:

869 | 42 98 | 42 489 | 23

52. 6°. ex. 101 : 11.

NOTA 61.—Recorde-se da subtração ensinada no nº 27.

101 contém 11... *nove.*
Para achar o resto digamos :
(Formando e subtraindo o produto das unidades do divizor).

Tipo do calculo

101	11
002	9

«9 vezes 1 *nove*; para 11, dois».
Escrevamos 2 debaixo das unidades do dividendo.

Dizemos *onze* onde é 1 no dividendo, porque juntamos 1 dez a essa ordem.

(*Formando e subtraindo o produto das dezenas do divizor*).

« 9 vezes 1, *nove*; e 1, *dez*; para 10, *zero*».
Escrevamos 0 debaixo das dezenas do dividendo.

Porque se juntou 1 ao numero que se vai subtrair em segundo lugar ? (vid. nº 27.)

7. ex. 238 : 34

238 : 34..... *seis*.
(*Formando e subtraindo o produto das unidades do divizor*).

Tipo de calculo

238	34
34	6

«6 vezes 4, *vinte e quatro*; para 28, *quatro*.»

Escrevamos 4 sob as unidades do dividendo.

Dissemos «para 28», no dividendo, porque juntamos 2 dez ás unidades (8) do dividendo.

(*Formando e subtraindo o produto das dezenas do divizor.*)

«6 vezes 3, *dezoito*; e 2, *vinte;* para 23, *tres*».
Escrevamos 3 sob as dezenas do dividendo.

Porque se juntou 2 ao numero que se vai subtrair em segundo lugar ?

Tenha de memoria:

53. *Quando um algarismo do dividendo for menor que o produto a subtrair dêle, aumenta-se-lhe previamente 1 dez, 2 dez, 3 dez, etc.* (tantos dez quantos forem bastantes para se poder efetuar a subtração), *e depois junta-se 1, 2, 3,* etc. (conforme o numero de dez aumentado anteriormente), *ao produto seguinte.*

NOTA 62. —Depois de se haver aumentado um algarismo do dividendo de 1 dez, 2 dez, 3 dez, etc., e efetuado a subtração, convem para evitar esquecimento das unidades que se devem juntar ao produto seguinte, dizer : *Vai um; vão dois; vão tres;* conforme o cazo.

Faça explicando:

712 | 35 272 | 34 203 | 25

54. 8.º ex. 738 : 84

Tipo de calculo

738 | 84

Qual é o dividendo parcial? porque?

Pode você dizer imediatamente e com certeza qual é o quociente desta divizão?

Sim, não o podemos saber e isto por cauza da grandeza dos numeros.

Vamos ver como achar o quociente nestes cazos.

Notemos primeiro que o *produto das unidades* do divizor deve ser subtraido do *algarismo 8* do dividendo e *o das dezenas* do divizor, *das dezenas* do mesmo dividendo. Logo, podemos achar o quociente desta divizão procurando quantas vezes 73 : 8.

Ora, 73 : 8.....nove.

Mas o quociente assim determinado é o certo?

Não o podemos dizer.

E' precizo verifical-o.

Como saber se êle é o certo?

Si o produto do divizor por êle puder ser subtraido do dividendo.

Faça isto como já está ensinado no exemplo precedente.

Achou que 9 é o quociente certo? porque?

Experimente 8.

Acha que 8 é o quociente certo? porque?

Faça explicando:

598 | 69 701 | 84 643 | 75

55. 9º. ex. 7384 : 843

Tipo de calculo

7384 | 843

Pode você, á simples inspeção destes numeros, dizer qual é o quociente? porque?

Qual é o primeiro dividendo parcial? porque?

De qual algarismo no dividendo se deve subtrair o produto das unidades do divizor ? o produto das dezenas do divizor ? o produto das centenas do divizor ?

Portanto, como se pode achar o quociente procurado ?

Faça isto. Que numero achou ?

Verifique-o como ficou ensinado anteriormente.

Acha que 9 é o quociente procurado ? porque ?

Experimente 8.

Acha que este é o quociente ? porque ?

De acordo com o que se acaba de fazer, procure os quocientes das divizões seguintes:

41895	25416	5678	754	10056	5423

Tenha de memoria:

56. *Para se ter o quociente de uma divizão parcial, vê-se quantas vezes o numero de um ou dois algarismos tomado á esquerda do respetivo dividendo contém o primeiro á esquerda do divizor.*

NOTA 63.— O numero tomado á esquerda do dividendo terá dois algarismos, quando o primeiro destes fôr menor que o primeiro á esquerda do divizor.

57. *Quando, verificando-se um algarismo achado para quociente, o produto do ultimo algarismo do divizor não puder ser subtraido da parte correspondente no dividendo respetivo, experimenta-se o numero imediatamente menor de uma unidade.*

NOTA 64.—E' possivel que o quociente determinado segundo acabamos de dizer, seja algumas vezes um numero maior que 9; mas como sabemos ser 9 o maximo desse quociente, experimentaremos então o numero 9.

58. 10.º ex. 74582 : 243

	Tipo de cálculo
Qual é o primeiro dividendo parcial ? porque ?	74582 | 243
Qual é o quociente correspondente? Verifique.	01682 | 306
Qual é o segundo dividendo parcial ?	0224
Qual é o quociente correspondente ? porque ?	
Qual é o terceiro dividendo parcial ?	
Qual é o quociente correspondente ? Verifique-o.	

59. Vimos na nota 59 que, assim como se faz uma divizão por 3 ou por 4, assim tambem se pratica uma divizão por qualquer outro numero. Portanto a divizão que precede, se acha contida naquêles exemplos.

Ali vimos que o resto de cada dividendo parcial, considerado á esquerda do algarismo seguinte a esse dividendo no dividendo total, forma o dividendo parcial seguinte. Eis porque, neste ex., foi escrito o algarismo 8 do dividendo á direita do resto 16 do primeiro dividendo parcial, e assim se formou o segundo dividendo parcial. De modo analogo se formou o terceiro dividendo parcial.

Mas, em vez de escrever o algarismo 8 do dividendo total á direita do primeiro resto e o algarismo 2 á direita do segundo resto, uza-se *consideral-os* á direita dos respetivos restos. Assim os dividendos parciaes não aparecem escritos nas linhas horizontaes, mas isso não oferece dificuldade, como se viu no 4.º ex. e se vai ver no mesmo 10.º ex. que vamos repetir.

	Tipo de cálculo
Qual é o primeiro dividendo parcial ?	
Qual é o primeiro resto ?	
Qual é o segundo dividendo parcial ?	74582 | 243
Qual é o segundo resto ?	016 | 306
Qual é o terceiro dividendo parcial ?	

Faça, explicando, de acordo com o que se acaba de dizer:

875901 | 7386

1003467 | 504

36745267 | 27849

3645910 | 89

60. 11.º ex. Seja 67483769 : 8547301

Qual é o primeiro dividendo parcial? porque?

Tipo de cálculo

67483769 | 8547301

Qual é o quociente a experimentar? como se achou?

Experimente-o.

Como você acaba de ver, a verificação do numero 8 para quociente é trabalhoza por cauza da grandeza do divizor. Demais é trabalho que se não pode aproveitar, pois chegou-se á concluzão de 8 ser *muito* para quociente, e por isso repetiu-se a verificação com o numero 7.

Para evitar esses inconvenientes procedamos do modo seguinte:

Tomemos um divizor subsidiario *de 3 algarismos apenas, o qual é o numero constituido pelos trez ultimos algarismos á esquerda do divizor total; e tambem um* dividendo correspondente, *que é o numero reprezentado nos tres ou nos quatro ultimos algarismos á esquerda do dividendo total.*

Dest'arte, a divizão proposta no cazo vijente, reduz-se a

6748.... | 854....

cujo quociente se verifica facilmente.

O definitivo quociente desta divizão, será então o que se deve verificar com o divizor total.

Pratique assim as divizões seguintes:

3985670137854	78965491	10007381962	5439864

61. Agora, para você compreender a razão de ser do que se vem de expor, atente em primeiro lugar para a multiplicação do *maior numero de 3 algarismos* pelo *maior numero dijito*:

Qual é a rezerva do produto das unidades? a que se vão juntar?
Qual é a rezerva do produto das dezenas? a que se vão juntar?
Pode a rezerva do produto das unidades acumular-se ao produto das centenas? porque?

```
  999
    9
 ----
   81
  81.
 81..
 ----
 8991
```

Ora, si assim é no produto em questão, *a fortiori*, no dos outros numeros de 3 algarismos por outro qualquer dos numeros dijitos.

Isto lhe mostra que

na multiplicação de um numero composto por um dijito, o produto de cada ordem só recebe rezerva do da ordem precedente; o da anteprecedente não influe naquêle primeiro produto.

Portanto, recebendo o produto do ultimo algarismo do divizor a rezerva do do penultimo, e este a do antepenultimo, para a primeira verificação de um quociente, *basta considerar somente os tres ultimos algarismos do divizor total.*

Daì o que fizemos.

Exercicio 58

1. Quantos algarismos tem cada dividendo parcial?

2. Quando é que um dividendo parcial tem um algarismo mais que o divizor?

3. Como se acha o numero a experimentar para quociente, quando o divizor é de muitos algarismos?

4. Experimenta-o com todo o divizor? porque? que numero toma então para uma verificação subsidiaria?

5. Que se faz quando o numero experimentado é *muito* para o quociente?

6. Qual é o maior numero que se pode tomar para quociente parcial?

7. Que se faz então, quando, numa divizão parcial, se acha para quociente um numero maior que 9?

8. Que se faz quando uma ordem do dividendo é menor que o produto a subtrair dela? que se faz ao seguinte produto?

9. Quando se vão escrevendo os algarismos do quociente, que lei da numeração se vai aplicando?

10. Qual é a condição essencial do resto de uma divizão?

NOTA 65 — Em virtude desta propriedade, tome o cuidado, não somente no fim da divizão, mas tambem após as divizões parciaes, de *atentar sempre para o resto*, porque, *si ele não for menor que o divizor, a operação está errada.*

XIX

Divizão de um produto por um numero

Exercicio 59

Quando o produto tem dois fatores.

1. Quantos metros são $6^{m} : 2$? 6 dezenas : 2?

Como você achou 3? Que foi feito da letra *m* ou da palavra «dezenas» durante o cálculo?

2. Empregue, no segundo exemplo, 10 em vez da palavra «dezenas». Então você terá: 6 vezes 10 : 2.

Quantos 10 para rezultado?

3. Quantos 8 são 6 vezes 8 : 2? $6 \times 8 : 2$?

Qual dos dois fatores se divide?

4. Como 6 vezes 8 é o mesmo que 8 vezes 6, quantos 6 são 6 vezes 8 : 2? 6 vezes 8 : 4?

Que fator se dividiu?

NOTA 66.—Estes exemplos mostram que *a divizão de um produto de dois fatores se faz somente num dos fatores.*

5. De acordo com a nota precedente faça as divizões:

a) $40 \times 9 : 5$ *c)* $54 \times 15 : 9$
b) $120 \times 18 : 40$ *d)* $72 \times 5 : 3$

MODELO: $40 \times 9 : 5 = (40 : 5) \times 9 = 8 \times 9 = 72$.

Quando o produto tem varios fatores.

6. Atendendo a que um *produto de varios fatores* se pode reduzir sempre a um *produto de dois* fatores (Exerc. 49, it. 10) e que *a ordem dos fatores não altera o produto*, explique as seguintes transformações:

a) $8 \times 5 \times 9 : 4 = 8 \times 45 : 4 = (8 : 4) \times 45 = 2 \times 45 = 90$.
b) $14 \times 10 \times 7 : 5 = 10 \times 98 : 5 = (10 : 5) \times 98 = 2 \times 98 = 196$.

c) $15 \times 17 \times 24 \times 80 : 12 = 15.\ 17.\ 80 \times (24 : 12,)$
$= 15.\ 17.\ 80 \times 2.$

NOTA 67—Com 15. 17. 80 queremos dar a entender o produto 20.400 dos fatores 15, 17 e 80.

d) $13 \times 5 \times 34 : 17 =$

Tenha de memoria:

62. *Para se dividir um produto, basta dividir um só dos fatores.*

Particularidades

Divizão por cancelamento

Exercicio 60 (cont.)

O divizor do produto é igual a um dos fatores.

1. De acordo com o principio n.62, faça as seguintes divizões:

a) $(74 \times 8) : 8$ *d)* $(11 \times 8 \times 2 \times 17) : 8$
b) $(5 \times 7 \times 3) : 7$ *e)* $(14 \times 10 \times 20) : 14$
c) $(18 \times 6 \times 4) : 18$ *f)* $(9 \times 17 \times 6 \times 4) : 17.$

MODELO: $(74 \times 8) : 8 = 74 \times (8 : 8) = 74 \times 1 = 74$

2. Achará você o mesmo rezultado *cancelando* (suprimindo) o fator igual ao divizor ? Verifique-o em cada um dos exemplos acima.

MODELO: $(74 \times 8) : \not{8} = 74$

NOTA 68.—Primeiro escreva o dividendo e o divizor para depois fazer o cancelamento.

Tenha de memoria:

63. *Para se dividir um produto por um numero igual a um dos factores, cancela-se esse fator.*

Si o produto tiver apenas dois fatores, *cancelado um*, fica o outro. Logo

64. *Um produto de dois fatores, dividido por um dêles, tem para quociente o outro fator.*

Ainda divizões por cancelamento

65. Vimos (onde ?) que *para se multiplicar um numero por 10, 100, 1000,... basta escrever 1, 2, 3,...* zeros á direita do numero:

$12 \times 10 = 120$; $100 \times 435 = 43500$

Em virtude do exposto, os dois fatores ficam á vista no produto: *um é o numero que ficar á esquerda dos zeros, e o outro, a unidade seguida dos mesmos zeros.* Reconhecemos assim á simples inspeção que 110 é produto de 11 e 10; 4800, de 48 e 100.

Daí rezulta podermos dividir, *cancelando*, numeros terminados em zero, em alguns cazos.

Por ex.: 110 : 10=11 (110 : 10=11).
110 : 11=10 (110 : 11=10).

Divida á simples inspeção dos numeros e explique:

150 : 10 4400 : 100 4400 : 44 120 : 12

A que condição deve satisfazer o divizor para que a divizão possa ter lugar assim ?

66. O cancelamento de algarismos á direita do dividendo pode ter lugar, mesmo que esses algarismos não sejam zeros, contanto que o divizor seja 10, 100, 1000,...

Assim, 153 : 10=15 (cancelado o alg. unid.). Resta 3. 2816 : 100=28 (cancelados os algs. unids. e dezenas). Resta 16.

Prove isto assim:
1º ex. 153 : 10=150 + 3 : 10.
Ora, 150 contem 10 *quinze* vezes; 3 não contem 10.
Logo 153 contem 10 *quinze* vezes com o resto 3.
2º ex. 2816 : 100=2800 + 16 : 100.
Ora 2800 contem 100 *vinte e oito* vezes; 16 não contem 100.
Logo 2816 contem 100 *vinte e oito* vezes com o resto 16.
Faça do mesmo modo.

375 : 10   813 : 100   4.370 : 100   5.034 : 1.000

Tenha de memoria:

67. *Para se dividir um numero por* 10, 100, 1000,... *basta cancelar* 1, 2, 3,... *algarismos da direita desse numero.*

Os algarismos não cancelados fórmam o quociente; os cancelados fórmam o resto.

Exercicio 61

1 Copie e pratique as operações, aplicando os conhecimentos constantes dos itens 63, 65 e 67:

a) (120 : 10)+(120 : 12)+(1400 : 100)+(1400 : 14).

b) (2 × 3) : 2 + (3 × 4) : 4 + (5 × 7) : 5 + (7 × 7) : 7 + 100.

c) $(180 : 18) + (1300 : 13) + (14.000 : 14) + (370 : 37)$.
d) $(11 \times 83 - 11 \times 45) : 10 + (28 - 25) \times 34$.
e) $(345 : 10) + (360 \times 40) - 39$.
f) $\{ (3.000 + 20 + 100 + 5) \times 11 : 750 \} : 29 + 29 + (29 : 3)$.
g) $\{(42.000 : 25) : 12\}$ *h*) $\{(36.000 : 75 : 24)\} : 12$

2. A temperatura media aumenta de um grau centigrado de 28 em 28 metros da superficie para o interior da Terra. Qual a temperatura na profundidade de 600 metros, si na superficie é 36.° ?

XX

Divizões sucessivas. Divizão por um produto

NOTA 69—Nos itens f e g do exercicio precedente você viu cazos de divizões sucessivas; agora vai ver como em tal hipóteze todas as divizões se podem substituir por uma unica.

68. Seja $(60 : 2) : 3$.

Quantas divizões a fazer? qual é a primeira ? a segunda ?

Suponha Q o quociente da ultima divizão:

$$* \ (60 : 2) : 3 = Q$$

donde $60 : 2 = 3 \times Q$ (por qual principio?)

---

* $(60 : 2)$ aqui está pelo quociente da 1ª divizão.

Agora você reconhece que $3 \times Q$ reprezenta o quociente da divizão $60 : 2$. Logo

$60 = 2 \times 3 \times Q$ (por qual principio ?)

Pense em reduzir o produto $2 \times 3 \times Q$ a outro de dois fatores (Exerc. 59, it. 6):

$60 = (2 \,.\, 3) \times Q$

donde (it. 64) $60 : 2 \,.\, 3 = Q$

Prove assim que:

a) $(80 : 4) : 5 = 80 : 4 \times 5$

b) $(30 : 2) : 3\} : 5 = 30 : 2 \times 3 \times 5$

Tenha de memoria:

69 *Dividir um numero por diversos outros sucessivamente, é o mesmo que dividil-o pelo* produto *desses mesmos numeros.*

NOTA 70.—Compreende-se agora que *dividir um numero por um produto seja o mesmo que dividil-o sucessivamente pelos fatores*, pois que *esta* importará *aquela.*

Vice-versa:

70 *Dividir um numero por um produto* é *o mesmo que dividil-o* sucessivamente *pelos fatores do produto.*

NOTA 71—Repare que o quociente da ultima divizão sucessiva é que é o quociente da divizão pelo produto.

71 Divida 158 *sucessivamente* por 7 e por 5, e depois pelo produto 7×5 ou 35.

Você acha que o quociente da divizão pelo produto é o mesmo da ultima divizão sucessiva.

Mas acontece o mesmo ao resto, i. é, *o resto da divizão pelo produto é o mesmo da ultima divizão sucessiva?*

No que se segue, vamos ver como o *resto da divizão pelo produto se forma dos restos das divizões sucessivas.*

Suponha que o quociente da ultima divizão seja Q e o resto da divizão seja r.

Terá você isto:

$$* \ (158 : 7) = 5.Q + r.$$

Por qual principio?

Repare agora que 5.Q+r está reprezentando tambem o quociente da primeira divizão.

Suponha R o resto desta divizão.

Você terá:

$$158 = 7\,(5.Q + r) + R.$$

Por qual principio? qual é o divizor? o quociente? o resto?

Tem-se agora a *multiplicar uma soma por um numero.*

Qual é a soma? o numero? qual é a regra para se multiplicar uma soma por um numero?

Logo

$$158 = 7.5.Q + 7.r + R$$

---

* (158 : 7) está pelo numero que se supõe dividir por 7, o qual é o quociente da 1ª divizão.

Como você vê, 7.5.Q reprezenta o *divizor-produto* multiplicado pelo *quociente*.

Portanto, 7 r + R reprezenta o *resto* da divizão pelo produto.

Que quer dizer *r*? 7.r? R? 7.r + R?

Assim, tenha de memoria :

72 *O resto da divizão por um produto de dois fatores* é igual *ao da ultima divizão sucessiva multiplicado pelo primeiro divizor*, mais *o resto da primeira divizão.*

NOTA 72.—O professor poderá completar esta questão; tratando, depois, de um produto de mais fatores, si achar conveniente.

Assim, no caso ocorrente, você tem:

$$\begin{array}{r|l} 158 & 7 \\ 14 & \begin{array}{r|l} 22 & 5 \\ 2 & 4 \end{array} \end{array}$$

$R = 4 \qquad r = 2$

Logo $7.r + R = 7.2 + 4 = 14 + 4 = 18$

Qual é a condição essencial do resto de uma divizão? O numero 18 satisfaz a ela? Qual é o divizor correspondente.

Determine-me os restos totaes por meio dos restos das divizões sucessivas nos seguintes cazos:

275 a dividir por 8 e por 7

409 a dividir por 6 e por 4

1.703 a dividir por 5 e por 11

NOTA 73.—Uma bôa aplicação deste conhecimento você fará quando o divizor acabar em zero.

Ainda divizões sucessivas e cancelamento

73. *Divizor terminado em zero.*

Seja 4856 : 70

Você já sabe que 70 é o produto dos fatores 7 e 10

Dividir por 70 é dividir por 7 e 10 (vid 70)

Tipo de calculo

```
4856 | 70
062  |----
0    | 69
```

Para dividir o numero dado por 10 basta *cancelar o algarismo das unidades* (vid 67)

Portanto, o quociente da primeira divizão é 485 e o resto é 6.

Efetuada a 2ª. divizão, que é a de 485 por 7, acha-se o resto 2.

Calculemos agora o resto da divizão pelo divizor-produto (vid 72):

Resto da 2ª. divizão....	2
multiplicado pelo 1º. divizor..........	20
mais o resto da 1.ª divizão.	6
Resto procurado.....................	26

Repare quaes são os restos das divizões sucessiva nos cazos seguintes:

```
 ..a              ...b                 ...c
3184 | 5.0     73984 | 3.00     41678532 | 74.000
013  | 63      111   | 246      04636    | 563
 0             00               020
                                 0
```

Divizão a

Quaes são os divizores em que se decompõe o divizor 50 ?
qual é o resto da 1ª divizão ?
qual é o resto da 2ª divizão ?

Forme o resto total de acordo com o que ficou ensinado.

Repare, si no caso ocorrente, considerado o 1.° resto á direita do 2.°, nos proprios lugares em que eles apareceram, o resto procurado aí está formado.

Divizão b.

Quaes são os divizores em que se decompõe o divizor 300 ?

qual é o resto da 1ª divizão ?

qual é o resto da 2ª divizão ?

Forme o resto total de acordo com o que foi ensinado.

Repare ainda, si, considerado o 1.° resto á direita do 2.°, nos proprios lugares em que apareceram, o resto procurado está aí formado.

Divizão c.

Faça questões analogas.

Chama-se, pois, atenção para o seguinte:

74. *Quando o divizor acaba em zero, cancelam-se previamente á direita do dividendo tantos algarismos quantos forem esses zeros no divizor; e em seguida pratica-se a divizão da parte não cancelada pelo divizor sem os mesmos zeros.*

O resto desta divizão, seguido da parte cancelada, é o da divizão total.

Si o dividendo tambem acaba em zero, a *regra ainda é a mesma.*

Seja 83100 : 500

Quaes são os divizores em que se decompõe a divizor 500?

Qual é o resto da 1ª divizão ?

Qual é o resto da 2ª divizão ?

Tipo de cálculo.

```
83100 | 500
331   | 166
00
```

Forme o resto total conforme a regra já sabida.
Está êle reprezentado no tipo de calculo ?

75. *Divizão de dois produtos.*

Seja $15\times8\times7:2\times5$.

Tipo de calculo

$$\overset{3}{15}\times\overset{4}{8}\times7:2\times5=$$
$$3\times4\times7=84.$$

Qnaes são os fatores em que se decompõe o divizor total ?
Como faz você a divizão por 2 ?
em que principio se bazeia ?
Como faz você a divizão por 5 ? em que principio se bazeia ?
Qual é o quociente procurado ?

Explique as seguintes divizões:

a) $40\times60\times100:15\times8\times4$
b) $40\times60\times:8\times15\times4$.

XXI

Divizão de complexos.

76 *Chamam-se* Complexos *as quantidades formadas de unidades cuja relação não é decimal.*

Taes as quantidades de *tempo*. Ex. $1^{d}\ 2^{h}\ 13^{m}\ 10^{s}$.
As de *dinheiro inglez*. Ex. £ 14. 8. 7
E algumas outras.

NOTA 74—Como você deve saber, o *dia* tem *24 horas*; a *hora* tem *60 minutos*, o *minuto* tem *60 segundos*. Portanto, cada uma destas unidades não é *dez vezes* a menor seguinte, ou, vice-versa, cada uma destas unidades não é *um decimo* da que a precede; e por isso não estão na *relação decimal*.

O mesmo você vê nas unidades monetarias inglezas e outras, muitas das quaes ainda são uzadas no comercio.

Exercicio 62

1. Si uma costureira gasta $^1/_2$ *metro* de fita para fazer um laço, quantos laços ela fará com $1^m\,^1/_2$.

Exponha o seu raciocinio.

2. Si você fizer uma bluza com $1^m\,5$ de fazenda, quantas bluzas fará com 5^m ?

Exponha o seu raciocinio.

3. Si uma doceira lhe fizer um pão-de ló com 8 ovos, quantos lhe fará com 2 duzias e 9 ovos ?

Exponha o seu raciocinio ?

4. Si um empregado ganha por dia 7 *shillings*, quantos dias trabalha êle para ganhar £ 2 ? £ 2. 10 ?

Exponha o seu raciocionio.

5. Si um espelho custar £ 1. 10. 5, quantos espelhos comprará você com £ 10 ? £ 10. 6. ? £ 10. 6. 7 ? £ 1C. 0. 7 ?

Exponha o seu raciocinio.

NOTA 75,—Como você observa, antes de efetuar a divizão, reduz o dividendo á denominação do divizor, ou em outros casos, ambos a uma mesma denominação, a qual é sempre sujerida pelo divizor.

No que segue você tem o tipo de calculo de uma tal divizão, quando é escrita.

6. Um correio fazia um kilometro a pé em $1^h\ 12^m\ 25^s$. Gastou $7^h\ 8^m\ 10^s$ para percorrer a distancia total. Quantos kilometros venceu.

Tipo de calculo

$7^h\ 8^m\ 10^s$	$\lvert\ 1^h\ 12^m\ 25^s$
1 h=60 m.... $\times\ 60^m$	60^m
7 h=7×60m.... 420^m	60^m
mais 8m........ $+8^m$	$+12^m$
são............ 428^m	720^m
1 m 60 s....... $\times 60^s$	$\times 60^s$
428 m=428×60s 25680^s	4320^s
mais 10 s...... $+\ 10^s$	$+\ 25^s$
são............ 25690^s	$\lvert\ 4345^s$
03965	5

Resposta—5 kilometros e mais uma fração de kilometro.

NOTA 76---Outra ocazião você verá como avaliar esta fração.

7. Faça assim as seguintes divizões:
a) £ 24. 14. 7 por £ 2. 0. 4
b) £ 10 por £ 1. 6. 9.
c) 18° 15' 13'' por 4° 9' 10''
d) $13^d\ 0^h\ 15^m$ por $8^h\ 10^m\ 13^s$.

Exercicio 63

1. Si um cozinheiro gastou 2 duzias e 6 ovos para fazer 2 pratos iguaes, quantas duzias e ovos para cada um prato ?

Exponha o seu raciocinio.

2. Suponha agora que êle tivesse gasto 3 duzias e 6 ovos nos 2 pratos. Quantas duzias e ovos em cada um prato.

Exponha o seu raciocionio.

3. Um correio fez a distancia 5 $^1/_2$ leguas em 3 dias. Que distancia andava por dia ?

Exponha o seu raciocinio.

4. 6 homens ganham £ 8. 10. Qual é a parte de cada um ?

Exponha o seu raciocinio.

5. Quanto ganharia cada um si o dinheiro a dividir fosse £ 8. 0. 10 ?

Exponha o seu raciocinio.

6. Quanto ganharia cada um, si o dinheiro a repartir fosse £ 8. 10. 5 ?

Agora verá como se faz por escrito.

7. 8 peças de cazemira importaram em £ 11. 15.9 Quanto custou cada uma ?

Tipo de calculo

£ 11 : 8 = £ 1	£ 11. 15. 9	8
Resto : £ 3.	3	£ 1. 9.
£. 1. = 20 shil.	20 shil.	
Logo £. 3 = 3 × 20 shil. .	60 «	
mais 15 shil	+ 15 «	
são.	75 «	
75 shil. : 8 = 9 shil.		
Resto: 3 shil.	3 «	
1 shil = 12 pences	12 pences	
Logo 3 shil. = 3 × 12 pences	36 «	
mais 9 pences	+ 9 «	
são.	45 «	
45 pences: 8 = 5 pences		

Restam 5 pences.

R. : £. 1. 9. 5 e uma fração do pence.

NOTA 77.—Adiante veremos como avaliar esta fração.

8. De acordo com o que se acaba de ensinar, prati que as divizões com os seguintes dados de problemas:

a) $8^d\ 7^h\ 40^s$ e 5 leguas.
b) £ 11. 10. 11 e 5 toneladas de carvão.
c) $14^\circ\ 17'\ 15''$ e 3 horas

Quaes os problemas correspondentes a estes dados?

Provas

77. Você já viu que

o dividendo é o produto de dois numeros que são *o divizor e o quociente* (onde?)

o divizor é o multiplicando e o quociente é o multiplicador (onde?)

quando se divide um produto por um dos seus fatores, o quociente deve ser o outro fator (onde?)

Por isso eis a prova da

78. Multiplicação. *Divide-se o produto por um dos fatores. Si o quociente for igual ao outro fator, a operação está certa*

Tenha isto de memoria.

Tipo de calculo

```
    4 2 5
      3 3
   1 2 7 5
  1 2 7 5

 1 4 0 2 5 | 4 2 5
 0 1 2 7 0 | 3 3
   0 0 0
```

Pode haver algum resto desta divizão? porque?

79. Você já viu tambem o principio da formação do dividendo. (onde?) Portan'o, eis a prova da

Divizão. *Multiplicam-se o divizor e o quociente e junta-se o resto, si houver. Si o rezultado for igual ao dividendo, a operação está certa.*

Tipo de calculo

```
3 7 7 2   | 23            3.7 8 9   | 23
1 4 9 0    164            1 4 0 7    164
0 0 0      ×23            0 1 1      + 2 3
          4 9 2           0          4 9 2
        3 2 8                      3 2 8
        3 7 7 2                    3 7 7 2
                                     + 1 7
                                   3.7 8 9
```

XXIII

Método de «Redução à Unidade.»

80. Quanto ganhou um operario em 4 dias, si em 6 dias recebeu 12$500?

RACIOCINIO. Para calcular o que o operario ganhou em 4 dias, de que mais preciza você alem do numero de dias?

Como pode você saber quanto ganhou êle num dia?

Tipo de calculo.

```
12$500  | 6
00 022  | 2083-diaria
     0  |     4  numero de dias.
         8$332  salario
```

Este modo de racioc inar é que se chama **Método de Redução á Unidade,** porque:

si se procura saber quanto ganha um operario em certo numero de dias, vai-se ver quanto ele recebe em *um dia*;

si é o custo de certo numero de metros, vai-se ver quanto custa *um metro*;

si é o custo de certa quantidade de ovos, vai-se ver primeiro quanto custa *um ovo*;

e assim por diante.

Rezolva assim as seguintes questões:

1. Quantos metros de paninho se podem comprar com 10$000, si 2 metros custam 1$300?

2. Si 3 duzias de ovos custaram 1$080, quanto custarão 11 duzias?

SEÇÃO III

Frações ordinarias

I

NOTA 78.---Na Seção I vimos os preliminares das *frações ordinarias*; nesta veremos a dedução das regras do calculo respetivo.

Começamos pelo calculo intuitivo e, quando o rezultado não for evidente, o aluno será convidado a dar o porquê.

Exercicio 64

1. Quantos meios tem a unidade ? terços ? sextos ? decimos ? vinte-avos ? cincoenta-avos ? centezimos ?

2. Quantos quartos tem $\frac{1}{2}$? porque ? oitavos ? dezeseis-avos ? quatorze-avos ? trinta-avos ? trinta e dois-avos ?

3. Quantos oitavos tem $\frac{1}{4}$? porque ? dezeseis-avos ? vinte avos ? quarenta-avos ? centezimos ?

4. Quantos sextos em $\frac{1}{3}$? porque ? nonos ? doze-avos ? quinze-avos ?

5. Quantos decimos em $\frac{1}{5}$? porque ? vinte-avos ? vinte-e-cinco-avos ? trinta-avos ?

6. Quantos vinte-avos tem $\frac{1}{10}$? porque ? centezimos ? trinta-avos ? quarenta-avos ?

7. Quantos oitavos em $\frac{3}{4}$? porque? dezeseis-avos? vinte-avos?

8 Quantos sextos em $\frac{2}{3}$? porque? nonos? dôze-avos?

9. Quantos decimos têm $\frac{2}{5}$? porque? quinze-avos? vinte-avos? centezimos?

10. Com que fração pode você trocar $\frac{3}{5}$? porque? $\frac{5}{6}$? $\frac{7}{8}$? $\frac{3}{11}$? $\frac{5}{12}$? $\frac{2}{13}$?

11. 21 é $1/2$ de um numero. Qual é esse numero?

12. Uma peça de fazenda custou 24$600 e outra, da mesma fazenda, 33$600. Esta tem 15m mais que aquela. Qual o prêço do metro? qual o numero de metros de cada uma?

Exercicio 65

1. Quantos terços tem $\frac{4}{6}$? $\frac{6}{9}$? $\frac{4}{12}$?

2. Quantos quartos tem $\frac{6}{8}$? $\frac{10}{16}$? $\frac{4}{20}$?

3. Quantos quintos tem $\frac{9}{5}$? $\frac{6}{10}$? $\frac{12}{30}$?

4. Quantos setimos tem $\frac{8}{14}$? $\frac{14}{28}$? $\frac{4}{49}$?

5. Qual a fração mais simples equivalente a $\frac{8}{10}$? $\frac{10}{15}$? $\frac{16}{40}$?

6. Quantas vezes

a.			*b.*			*c.*		
$\frac{1}{2}$	contem	$\frac{1}{4}$?	$\frac{1}{4}$	contem	$\frac{1}{16}$?	5	contém	$\frac{1}{6}$?
$\frac{1}{3}$	«	$\frac{1}{6}$?	1	«	$\frac{1}{2}$?	$\frac{2}{3}$	«	$\frac{1}{6}$?
$\frac{1}{5}$	«	$\frac{1}{10}$?	$1\frac{1}{2}$	«	$\frac{1}{2}$?	$\frac{5}{8}$	«	$\frac{2}{16}$?
$\frac{1}{6}$	«	$\frac{1}{18}$?	$1\frac{1}{3}$	«	$\frac{1}{3}$?	$\frac{4}{7}$	«	$\frac{2}{14}$?
$\frac{1}{4}$	«	$\frac{1}{24}$?	2	«	$\frac{1}{4}$?	4	«	$\frac{1}{10}$?

7. 40 é $\frac{1}{3}$ de um numero. Qual é o numero ?

8. 25^m de cambraia e 68^m de flanela custaram 51$000. O metro de cambraia custou 1$500. Qual o preço do de flanela ?

Exercicio 66

a	*b*	*c*
$1\frac{1}{2}=\frac{\ }{2}$? *	$4\frac{1}{2}=\frac{\ }{4}$?	$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}=$?
$2\frac{1}{3}=\frac{\ }{3}$?	$7\frac{3}{5}=\frac{\ }{20}$?	$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{3}=$?
$4\frac{2}{5}=\frac{\ }{5}$?	$8=\frac{\ }{8}$?	$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}=$?
$3\frac{1}{4}=\frac{\ }{4}$?	$\frac{\ }{9}=\frac{\ }{7}$?	$\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{2}=$?
$6\frac{2}{15}=\frac{\ }{15}$?	$10\frac{5}{8}=\frac{\ }{24}$?	$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}=$?

* **O sinal ? esta pela palavra "*quanto* ou "*quantos*".**

d	*e*	*f*
$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ = ?	$\frac{1}{8}$ de $\frac{1}{2}$ = ?	$\frac{1}{4}$ de $\frac{12}{25}$ = ?
$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{5}$ = ?	$\frac{3}{8}$ de $\frac{1}{2}$ = ?	$\frac{1}{8}$ de $\frac{48}{125}$ = ?
$\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{3}$ = ?	$\frac{1}{10}$ de $\frac{1}{10}$ = ?	$\frac{1}{25}$ de $\frac{1}{4}$ = ?
$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{6}$ = ?	$\frac{1}{2}$ de $\frac{16}{50}$ = ?	$\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{6}$ = ?
$\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{3}$ = ?	$\frac{1}{5}$ de $\frac{15}{20}$ = ?	$\frac{1}{7}$ de $\frac{1}{2}$ = ?

g. 20 cavalos e 15 bois foram vendidos por 1:650$. Um cavalo valeu o dobre do prêço de um boi. Qual o prêço de cada cabêça?

Exercicio 67

1 Quantas unidades ha em

$\frac{2}{2}$? $\frac{10}{10}$? $\frac{6}{2}$? $\frac{16}{4}$? $\frac{40}{5}$? $\frac{100}{4}$? $\frac{100}{25}$?

$\frac{22}{11}$? $\frac{44}{11}$? $\frac{27}{9}$? $\frac{30}{3}$? $\frac{72}{18}$? $\frac{56}{7}$? $\frac{81}{9}$?

2. 40 é $\frac{2}{3}$ de um numero. Qual é esse numero?

3. Quantas unidades e partes da unidade ha em:

a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*
$\frac{3}{2}$?	$\frac{20}{6}$?	$\frac{30}{27}$?	$\frac{9}{4}$?	$\frac{22}{6}$?	$\frac{10}{3}$?	$\frac{30}{11}$?
$\frac{5}{3}$?	$\frac{15}{7}$?	$\frac{15}{6}$?	$\frac{17}{5}$?	$\frac{41}{11}$?	$\frac{25}{8}$?	$\frac{19}{3}$?

4. Si 35 é $^5/_7$ de um numero, qual é esse numero?

5. Contratou-se um operario durante Abril e Maio de 1910 á razão de 10$ por dia, mas com a condição de pagar êle uma multa de 5$ o dia em que faltasse por motivo injustificavel. No ajuste de contas recebeu 320$. Quantos dias trabalhou?

Só se têm em conta os dias uteis.

Exercicio 68

a	*b*	*c*
$7\frac{2}{5} + \frac{3}{5} =$	$6\frac{2}{7} - 1\frac{2}{7}$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{}{2}$
$1 - \frac{1}{3} =$	$8\frac{1}{4} - 1\frac{2}{4}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$
$8 - \frac{2}{3} =$	$2 \times 1\frac{1}{3} =$	$\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$
$8 - 4\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3} \times 6 =$	$1 : \frac{1}{3}$

d	*e*	*f*
$6\frac{2}{4} + 1\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3} \times 6\frac{1}{2} =$	$1\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$	$\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$	$2 : \frac{1}{4}$
$4 \times \frac{1}{4}$	$2\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2} - 1$

g. Si 12 é $^4/_3$ de um numero, qual é esse uumero?

O sinal "×" depois de uma fracão quer dizer "*de.*"

h

$2\frac{1}{3} - \frac{1}{2} =$

$1\frac{1}{4} - \frac{1}{2} =$

$\frac{3}{2} : \frac{3}{4}$

$2\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$

i

$2 - \frac{1}{5}$

$2 - 1\frac{1}{5}$

$3 + 2\frac{2}{9}$

$3\frac{1}{5}$ de 15

j

$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} =$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$

$\frac{2}{3} + \frac{2}{6} =$

$\frac{2}{3} \times 6 =$

k

$4\frac{1}{5} : \frac{3}{5}$

$4\frac{2}{6} + 1\frac{4}{6}$

l

$8 \times \frac{1}{5}$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} ; - \frac{1}{6}$

m

$4\frac{1}{6} + \frac{2}{3} =$

$1 - \frac{5}{7} =$

n. A gastou $^3|_5$ do seu ordenado e ficou-lhe 27$. Quanto era o ordenado? quanto gastou A?

o. Em quanto importa o aluguel de uma caza relativo a 17 dias á razão de 70$ mensaes?

Aplique o metodo «*Redução á Unidade*».

Exercicio 69

a

$6 \times \frac{2}{7}$

$3 : \frac{1}{7} =$

$1\frac{5}{7} + \frac{4}{7}$

$\frac{1}{4} : \frac{1}{8}$

b

$8\frac{5}{7} - 2\frac{1}{7}$

$6\frac{2}{7} - 5\frac{3}{7}$

$\frac{1}{7} \times 6$

$1 - \frac{2}{8}$

c

$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{\ }{4}$

$\frac{7}{8} - \frac{3}{8} =$

$\frac{1}{2} : \frac{1}{8}$

$\frac{1}{2} : \frac{2}{8}$

d	*e*	*f*
$\frac{1}{4} - \frac{2}{8}$	$\frac{1}{2} - \frac{3}{8}$	$4 \times \frac{3}{8}$
$\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$	$4 \times \frac{2}{8}$	$4\frac{1}{8} - 3\frac{2}{8}$
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{6}$

g. Que operações se empregam no metodo "Redução á Unidade ? qual delas prefere v. fazer em primeiro lugar ?

h	*i*	*j*
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	$\frac{1}{9} \times 18\frac{1}{2}$	$\frac{2}{9} \times 18\frac{1}{2}$
$3\frac{2}{8} - 2\frac{4}{8}$	$2 : \frac{2}{9}$	$6\frac{2}{3} + 4\frac{2}{9}$
$10\frac{7}{8} + 1\frac{6}{8}$	$\frac{1}{3} : \frac{1}{9}$	$2 + \frac{5}{9} = \frac{}{9}$
$5\frac{7}{8} - 3\frac{6}{8}$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$	$6\frac{1}{10} - 4\frac{2}{10}$

k	*l*	*m*
$\frac{1}{3} + \frac{1}{9}$	$\frac{2}{3} - \frac{2}{9}$	$\frac{2}{5} + \frac{1}{10}$
$\frac{3}{7} + \frac{5}{7}$	$\frac{6}{8} - \frac{2}{4}$	$\frac{2}{3} - \frac{3}{6}$
$6 \times \frac{7}{9}$	$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$	$2 \times \frac{1}{7}$

m. Um empregado ganha 150$ por mez. Um terço desta quantia é gratificação, a qual êle perde si não trabalhar. Supondo que êle esteve doente to do o mez, quanto deve receber ?

Exercicio 70

a

$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{}{12}$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{}{15}$

$\frac{1}{3} - \frac{1}{10} = \frac{}{30}$

$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{}{20}$

b

$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{}{20}$

$\frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{}{18}$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{8} = \frac{}{24}$

$\frac{1}{5} - \frac{1}{8} = \frac{}{40}$

c

$\frac{1}{20} - \frac{1}{40}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{35}$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{45}$

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{9}$

d

$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{}{12}$

$\frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{}{21}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{25}$

e

$\frac{1}{5} + \frac{1}{12} = \frac{}{60}$

$\frac{1}{9} \times \frac{1}{4} =$

$\frac{7}{75} + \frac{2}{5} =$

f

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{12}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{50}$

$\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$

e. Aumentou-se um dividendo de uma vez o divizor. Aumentará o quociente? de quanto? Si o dividendo fosse aumentado de *duas vezes* o divizor, de quanto aumentaria o quociente.

f. $\frac{4}{5}$ é mais que $\frac{1}{2}$? porque?

Para responder sem pensar nas frações reduzidas a qualquer outra denominação.

g. $\frac{3}{7}$ é menos que $\frac{1}{2}$? porque?

h. $\frac{4}{5}$ é mais que $\frac{3}{7}$? porque?

i. $\frac{2}{3} : \frac{2}{6} = ?$ $\frac{10}{7} : 2 = ?$

j. Um empregado publico ganha 125$ por mez, sendo um terço desta quantia a titulo de gratificação.

Tendo deixado de trabalhar um dia no mez, quanto perdeu? quanto recebeu por tudo?

Exercicio 71

A que denominação comum se podem reduzir:

meios e terços? terços e nonos? meios e decimos? meios e quartos? quintos e decimos? meios e quintos?

terços e sextos? terços e quartos? setimos e terços? terços e quintos? meios e setimos? quintos e quartos?

terços e oitavos? quartos e sextos? nonos e quartos? sextos e nonos? quintos e setimos? quintos e oitavos?

quartos e vinte-e-cinco-avos? vinte-avos e terços? dezoito avos e quintos? decimos e sextos? cincoenta-avos e centezimos? quarenta-e-cinco-avos e noventa-avos?

meios, quartos e oitavos? meios, terços e sextos? meios, terços e quartos? quartos, quintos e decimos? terços, sextos e nonos? decimos, terços e sextos? quinze-avos, quartos e terços? meios, terços e quintos?

2 Que palavras significa o sinal "×" quando vem depois de um numero inteiro? depois de uma fração?

Dê exemplos.

3. Um paquête sai de um porto e deita 8 milhas por hora. 10 horas depois parte outro, na mesma direção, e deitando 12 milhas por hora. A que distancia já o primeiro se acha do segundo? No fim de quantas horas se encontram?

Que raciocino faz você para provar isto.

81. Qual é maior $\frac{4}{9}$ ou a unidade? porque?

Que é mais $\frac{9}{9}$ ou 1? porque?

Qual é maior $\frac{11}{9}$ ou a unidade? porque?

Tenha de memoria:

82. *Fração menor que a unidade*, chama-se **fração propria.**

Fração não menor que a unidade, chama-se **fração impropria.**

Exercicio 72

1. Mencione uma fração propria.
2. Mencione uma fração igual á unidade.
3. Dê outra maior que a unidade.
4. Como chama você estas ultimas?

Que relação ha entre o numerador e o denominador da fração impropria igual á unidade? da fração propria? da fração impropria maior que 1?

6. Está regularmente formado o numero 4 semanas 12 dias? porque? como deve ser?

7. Está regularmente formado o numero $7\,^3/_2$? porque? como deve ser?

8. A que condição deve satisfazer, pois, a fração componente de um numero mixto?

9. Corrija os numeros $5\,^7/_4$ $10\,^{11}/_8$ $15\,^3/_2$

NOTA 80.—Você pode escrever $5+\frac{7}{4}$ por ex., porque nesta expressão ainda não tem o numero misto, sim a indicação de uma soma. O rezultado deste calculo é que será o numero misto.

10. Que relação deve haver entre o numerador e o denominador da fração equivalente a $^1/_2$? Dê um exemplo.

11. E si a fração for menor que $^1/_2$? Dê exemplo.

12. E si ela for maior que $^1/_2$? Dê exemplo.

13. Calcular quanto tem a receber um empregado publico que vence no mez 163$333, sendo gratificação $^1/_4$ desta quantia, a qual êle perde quando não comparece ao serviço. Suponha que êle deixou de ir 5 dias ao serviço.

83. No principio desta seção avizamos de que ela era destinada á dedução das regras do calculo das frações. A necessidade dessas regras é evidente do que segue.

Com efeito, você já fez *somas* de frações, *diferenças*, *produtos*, *quocientes*, reduziu frações a outras equivalentes, extraiu inteiros contidos em frações...; mas tudo isso foi feito *intuitivamente*, e em regra, o calculo intuitivo só é aplicavel dentro de certos limites.

Valendo-se dos conhecimentos intuitivos, até aqui dados, veja si rezolve á primeira vista, as seguintes questões:

$$\frac{745}{1\,054}+\frac{3}{103}=?\quad\frac{5}{176}-\frac{11}{761}=?\quad\frac{41}{84}\times\frac{3}{19}=?$$

$$\frac{10}{3700}:\frac{6}{457}=?$$

E por que razão? Porque em taes cazos você não lhes pode aplicar as noções intuitivas — as unicas com que até agora havemos trabalhado.

Entretanto, todos estes calculos se praticam como os que você já sabe.

Por isso, no que segue, vamos ver como cada um de nós é capaz de descobrir as formulas geraes do calculo das frações.

11

Extrair o inteiro de uma fração

Exercicio 73

1. Quantas unidades ha em $\frac{17}{3}$? porque?

Explique assim: *3 terços fazem* 1. $\frac{17}{3}$ *contêm* 3 *terços* 5 vezes, *com o resto* 2 terços. Logo $\frac{17}{3} = 5\,{}^2/_3$.

2. Que operação foi aqui empregada?
3. Como se extrai, pois, o inteiro de uma fração?
4. Pode você extrair inteiro da fração propria? porque?
5. Extrair os inteiros de $\frac{13.867}{45}$ e $\frac{298.500}{3.780}$

84. Pelo que fica exposto, você vê que o numerador da fração $\frac{17}{3}$ é um dividendo e o denominador é um divizor. Por tal motivo, podemos consideral-a tambem

como o quociente indicado da divizão de 17 por 3, tal qual como 17 : 3

Reciprocamente, a divizão indicada 17 : 3 pode ser tambem reprezentada por $\frac{17}{3}$ (17 sobre 3).

O mesmo pode ser dito das divizões de dois outros numeros.

Portanto, tenha de memoria:

85. Para se ter a expressão do quociente da divizão de dois numeros, *basta tomar o dividendo para numerador e o divizor para denominador.*

Diga imediamente o quociente da divizão 9:11 e 108:231.

86. Quociente completo. Suponha dividir 17 pães por 3 pessoas.

Quantos pães cabem a cada uma ? quantos restam ? está completa a parte de cada pessôa ?

Trata-se agora de repartir tambem o resto.

Pelo que se disse precedentemente, tem-se: $2 : 3 = \frac{2}{3}$

Logo, cada uma pessôa recebe $5\frac{2}{3}$ pães.

E' isto que se chama *quociente completo.*

Dê os quocientes completos de:

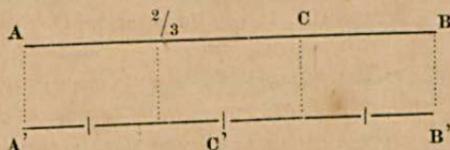
£ 10 : 3 $67 : 8 21 : 6 100 : 7.

III

Redução de uma fração a outra equ'valente

87. Com que moedas pode você trocar um niquel de cruzado? 3 niqueis de cruzado?

Pois o mesmo se dá com uma fração, como você vai ver.

A linha A B reprezenta a unidade dividida em 3 partes iguaes.

O segmento A C reprezenta a fração $^2/_3$

Subdividiu-se A B, fazendo-se 2 partes em cada terço. Vem A'B'

Agora a fração $^2/_3$ é reprezentada por A' C': *deu-se a troca*

O numerador da fração A' C' deverá ter o dobro de partes do da fração AC? porque?

O denominador da fração A' C' não deve sêr um numero 2 *vezes* maior que o da fração AC? porque?

Você vê, pois, que

88 *Quando se troca uma fração por outra equivalente de partes menores, os termos dessa fração ficam multiplicados por um mesmo numero.*

Prove com figuras que $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2}$ e $\frac{2}{6} = \frac{2 \times 4}{6 \times 4}$

NOTA 81.— Assim como você trocou os niqueis de cruzado por um certo numero de moedas do mesmo valor, vice-versa. poderá agora dar estas por aquêles.
O mesmo se dá entre as frações: elas podem ser trocadas por outras equivalentes de partes maiores.

Quantas partes de A'B' dá você por uma de A B? porque a fração A'C' se pode trocar pela fração A C ?

Pode você trocar a fração $\frac{3\times2}{5\times2}$ pela fração $\frac{3}{5}$? porque ? $\frac{6\times7}{11\times7}$ por $\frac{6}{11}$?

Que operação fará você para passar do numerador 3×2 para o numerador 3 ? do denominador 5×2 para o denominador 5 ?

Tenha pois de memoria:

89. *Para se ter umafração equivalente a outra. basta multiplicar ou dividir os termos da primeira por, um mesmo numero.*

Simplificar uma fração

90. Quando você divide os termos da fração pelo mesmo numero, ela fica mais simples ? porque ?

Que fará, pois, você para simplificar uma fração ? Dê exemplo.

Pode você ter uma fração equivalente a $\frac{8}{10}$ dividindo-lhe os termos por 3 ? porque ?

E' necessario, por conseguinte, que o numero tomado para divizor, *divida exatamente*, i é,sem deixar resto, os termos da fração.

Prevêr tal numero dá lugar a uma parte da Aritmetica, chamada — *Divizibilidade*, de que aqui não trataremos.

Indicamos, todàvia, alguns sinaes de divizibilidade para você uzar dêles oportunamente.

Tenha de memoria:

91 *São diviziveis por 2 os numeros terminados em 0, 2, 4, 6, 8.* Ex. 116.

92 *São diviziveis por 5 os numeros terminados em 0 ou 5.* Ex. 50 e 215.

93 *São diviziveis por 3 os numeros cuja soma dos algarismos der 3 ou multiplo de 3.* Ex. 102.

Que é multiplo de 3 ?

Aplicando taes conhecimentos, simplifique

$$\frac{16}{20} \quad \frac{14}{24} \quad \frac{36}{72} \quad \frac{120}{360}$$

Redução de uma fração a expressão mais simples.

94 Seja a fração $\frac{84}{120}$ para ser simplificada o mais possivel.

Tomemos o menor divizor possivel. Qual é esse numero ?

São os termos da fração dada diviziveis por 2 ? porque ?

Temos, pois, $\frac{84:2}{120:2} = \frac{42}{60}$

São tambem diviziveis por 2 os termos de $\frac{42}{60}$? porque ?

Temos ainda $\frac{42 : 2}{60 : 2} =$.

São diviziveis por 2 os termos de $\frac{21}{30}$? porque ?

Qual é o divizor a empregar depois de 2 ?

São diviziveis por 3 os termos de $\frac{21}{30}$? porque ?

Temos mais $\frac{21:3}{30:3} = \frac{21}{10}$

São diviziveis por 3 os termos de $\frac{7}{10}$?

Ha outro numero que os divida exatamente ?

Poderá você achar outra fração mais simples equivalente a $\frac{7}{10}$?

A fração $\frac{7}{10}$ é, por conseguinte, a expressão mais simples da fração $\frac{84}{120}$

Tenha de memoria:

95. *Uma fração que não se pode exprimir por outra equivalente de termos menores*, chama-se **fração irredutivel.**

NOTA 82. — Depois que você tiver esgotado todas as simplificações por 3, passará ao divizor 5, pois que é inutil tentar empregar 4, visto já terem sido esgotadas todas as divizões por 2. O mesmo se diz de 6, 8, 9, 10, etc. Os numeros que você deve empregar como divizores, são, portanto. 2, 3, 5, 7, 11. etc.

Reduza ás expressões mais simples as frações:

$\frac{25}{50}$ $\frac{25}{100}$ $\frac{6}{36}$ $\frac{28}{32}$ $\frac{7}{49}$ $\frac{20}{25}$ $\frac{60}{42}$ $\frac{36}{81}$

96. Você bem compreende que as divizões sucessivas que se praticam na redução de uma fração á expressão mais simples, podem ser substituidas por uma sò divizão, cujo divizor será o produto dos divizores então empregados

Qual é o principio que diz isto ?

Assim, pois, uma fração pode passar á sua expressão mais simples mediante uma só divizão, cujo divizor se chama então MAIOR DIVIZOR COMUM (abreviatura m. d. c)

A determinação de tal numero depende de uma parte da ARITMETICA, chamada--NUMEROS PRIMOS, de que aqui tambem não tratamos.

Veremos, entretanto, alguns dos cazos em que o m. d. c. pode ser achado com a pratica de divizões mentaes.

Assim, qual é o m. d. c. de:

25 e 50? 25 e 100? 6 e 36? 28 e 32? 20 e 25?
60 e 42? 36 e 81?

Procure o m. d. c. e reduza ás expressões mais simples as frações:

$$\frac{25}{50} \quad \frac{75}{100} \quad \frac{12}{36} \quad \frac{28}{32} \quad \frac{7}{49} \quad \frac{20}{25} \quad \frac{60}{42} \quad \frac{36}{81} \quad \frac{50}{60} \quad \frac{120}{130}$$

NOTA 83. - Prefira trabalhar sempre com frações irredutiveis. Qual será disso a vantajem ?

Redução de frações a um denominador dado

97. Seja reduzir $\frac{3}{5}$ a 40 avos $\left(\frac{3}{5} = \frac{?}{40}\right)$

Como se forma uma fração equivalente a outra ?

No caso em questão, a que condição está sujeito esse numero?

Como será ele encontrado?

Em que principio assenta esta sua conclusão?

Qual é o numero procurado?

Qual é a fração procurada?

Em suma, diga de modo geral o que se faz para ter uma fração equivalente a outra cujo denominador é dado.

Pode você reduzir $\frac{2}{3}$ a setimos exatamente? porque?

$\frac{4}{5}$ o oitavos?

A que condição está sujeito o denominador da fração procurada?

Reduza $\frac{438}{517}$ a 3102 avos e $\frac{41}{652}$ a 7.824 avos.

98. Seja agora reduzir as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, a uma denominação comum, por ex. *dôze — avos*.

Você bem pode prever que se deve fazer em relação a cada uma das frações dadas, o que foi feito no ex. precedente a uma só fração.

Que foi feito em 1º. lugar? em segundo?

Portanto, complete:

1.ª fração	12 : 2 =	$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 6}{12}$
2.ª «	12 : 3 =	$\frac{1}{3} = \frac{1 \times}{12}$
3.ª «	12 : 4 =	$\frac{1}{4} = \frac{1 \times}{12}$

NOTA 84.—Você não preciza de calcular o denominador das frações procuradas por já saber que as multiplicações a fazer para achal-os não podem dar sinão 12.

Que principio serve de baze a isto? que n. tem êle?

98. Pelo que precede, você vê que o denominador comum dado deve ser um multiplo dos outros denominadores.

Você já sabe que são preferiveis as frações de menores termos possiveis. Logo é preferivel tambem que o denominador comum seja o *menor possivel.*

Assim, pois, chama-se a atenção para o seguinte:

99. *Quando você tiver de reduzir frações a uma denominação comum, reduza-as primeiro a irredutiveis, si houver lugar, e depois procure o menor denominador comum possivel.*

100. A determinação do *menor denominador comum* (abreviatura — m. d. c.), depende de "NUMEROS PRIMOS" que, como já dissemos, não faz parte deste livro.

Todavia, vamos aprezentar alguns dos cazos em que o m. d.c. é achado *intuitivamente.*

Reduzir ao m. d. c.

a) $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{10}$	*d)* $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{7}{25}$	*g)* $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$
b) $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{16}$	*e)* $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{30}$	*h)* $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{12}$
c) $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{7}{10}$	*f)* $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{7}{25}$	*i)* $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$

Tenha de memoria:

101. *Frações cujos denominadores são iguaes*, chamam-se **frações izomeras**.

NOTA 85.--Ha ocaziões em que você preferirá outro denominador comum ao menor. Por isso vamos ver como se pode obtel-o.

102. Sejam $\frac{5}{6}$ e $\frac{3}{8}$. O produto dos seus denominadores não é um multiplo comum dêles ?

Nesta hipòteze, que numero toma você para multiplicar o numerador de $\frac{5}{6}$? o de $\frac{3}{8}$?

Diga então o que se faz para reduzir duas frações ao denominador comum *produto dos dois denominadores*.

Reduza assim ao mesmo denominador $\frac{7}{9}$ e $\frac{6}{11}$; $\frac{5}{12}$ e $\frac{2}{7}$

Repita as mesmas questões, deixando, porém, indicadas as multiplicações.

IV

Adição

Exercicio 74

1. $\frac{4}{9} + \frac{3}{9} = ?$ $\frac{5}{7} + \frac{3}{7} + \frac{2}{7} = ?$

2. Como obteve o numero de nonos ? o de setimos ?

3. Diga então como se somam frações.

4. Si as frações não forem izomeras, que se deve fazer antes de somal-as ?

5. Some:

a). $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ c). $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$

b). $\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$ d). $\frac{5}{12} + \frac{1}{6} + \frac{7}{18}$

6. Um negociante, ganhando numa duzia de lenços a metade do custo, apurou 8$340. Qual foi o lucro? quanto custou a duzia de lenços?

Exercicio 75

1. $6\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$

2. $7\frac{4}{6} + \frac{2}{6}$

3. $4\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$

4. $4\frac{1}{2} + 6$

5. $204\frac{38}{75} + \frac{2}{5}$

6. Um negociante comprou uma saca de café com 60 kilos por 33$. Por quanto ha de vender o kilo para ter o lucro total de 15$650?

7. $4\frac{3}{5} + 2\frac{1}{5}$

8. $4\frac{3}{5}$ $2\frac{4}{5}$

9. $67\frac{13}{40}$ $29\frac{5}{8}$

10. $749\frac{33}{50}$ $97\frac{1}{200}$

11. $8\frac{157}{1000}$ $1\frac{107}{500}$

12. Si um operario pode completar um serviço em 10 dias e outro em 16 dias, que porção podem fazer ambos em 1 dia trabalhando juntos?

13.	14.	15.	16.	17.
$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{4}{5}$	$2\frac{2}{6}$
$10\frac{5}{8}$	$6\frac{1}{8}$	$4\frac{7}{15}$	$114\frac{2}{10}$	$1\frac{1}{18}$
$7\frac{1}{3}$	$7\frac{1}{16}$	$7\frac{1}{2}$	$9\frac{1}{20}$	$77\frac{1}{5}$
$8\frac{5}{24}$	$804\frac{1}{80}$	$6\frac{11}{60}$	$3\frac{18}{80}$	$4\frac{13}{45}$

18. Como soma você numeros mistos ?

Subtração

Exercicio 76

1. $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = ?$ $\frac{10}{11} - \frac{4}{11} = ?$

2. Como obteve o numero de oitavos ? o de onzeavos ?

3. Então, como se subtraem frações ?

4. Si elas não forem izomeras, que fará você antes de subtrail-as ?

5. Subtraia:

$a.\ \frac{4}{5} - \frac{2}{7}$ $b.\ \frac{7}{24} - \frac{1}{6}$ $c.\ \frac{34}{75} - \frac{5}{6}$ $d.\ \frac{16}{50} - \frac{17}{200}$

5. Dois paquêtes caminham para se encontrar. Um

deita 8 milhas por hora e o outro 9 milhas. A distancia que a principio os separa, é 1.650 milhas. No fim de que tempo se encontram?

Exercicio 77

Subtraia:

a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
$10\frac{3}{4}$	$10\frac{1}{4}$	$10\frac{1}{4}$	10	$10\frac{1}{4}$	10
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	6	$6\frac{1}{4}$

g. 8192352 é um dividendo; 289, o quociente; 647, o resto.

Qual é o divizor?

Subtraia:

h	*i*	*j*	*k*	*l*	*m*
$4\frac{3}{5}$	$4\frac{3}{5}$	$6\frac{1}{10}$	$347\frac{9}{50}$	$14\frac{41}{300}$	$2\frac{1}{160}$
$1\frac{2}{5}$	$1\frac{2}{7}$	$1\frac{1}{5}$	$62\frac{7}{25}$	$3\frac{271}{400}$	$1\frac{310}{320}$

n. Como se subtraem numeros mistos?

o. Uma peça de fazenda media $58^{m}\,{}^{1}/_{4}$. Vendeu-se: 1°. $21^{m}\,{}^{1}/_{2}$; 2°. $16^{m}\,{}^{3}/_{4}$. Quanto resta?

VI

Multiplicação

Exercicio 78

1. $3 \times \frac{2}{7} = ?$ $3 \times \frac{7}{8} = ?$

2. Como obteve o numero de setimos ? o de oitavos ?

3. Portanto, como se multiplica uma fração por numero inteiro ?

4. Multiplique: $23 \times \frac{13}{17}$ $1.001 \times \frac{45}{98}$

5. Reproduza estas mesmas questões, não efetuando, porem, as operações.

6. Quantos quintos ha em 3 ? porque ?

7. Como obteve o numero de quintos ?

8. Deixando indicadas as multiplicações, reduza 8 a decimos; 12 a quinze-avos; 20 a trinta-avos; 7 a noventa-avos.

9. Portanto, como se reduz um inteiro a fração ?

10. Quantos meios em $3\frac{1}{2}$? porque ?

11. Como achou o numero de meios ?

12. Reduza a frações os seguintes numeros mistos ?

$3\frac{11}{12}$ $40\frac{9}{17}$ $8\frac{3}{5}$ $26\frac{7}{8}$

13. Reproduza estas mesmas questões, indicando somente as operações.

14. Como se reduz, pois um numero misto a fração ?

Cazos especiaes

103. *Denominador divizivel pelo inteiro.*

$$2 \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{4}$$

Em cazos taes a fração produto pode sempre ser simplificada e o divizor empregado deve ser o numero inteiro.

Portanto. vem

$$\frac{2 \times 3 : 2}{4 : 2} = \frac{3}{4 : 2}$$

Prove deste modo que

$$5 \times \frac{7}{30} = \frac{7}{30 : 5} \qquad 25 \times \frac{3}{100} = \frac{3}{100 : 25}$$

$$10 \times \frac{11}{70} = \frac{11}{70 : 10}$$

A que se reduz multiplicar uma fração por numero inteiro, quando este é divizor do denominador?

104. *Denominador igual ao inteiro.*

$$4 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4:4} = \frac{3}{1} = 3$$

Prove assim que:

$$2 \times \frac{7}{2} = 7 \qquad 5 \times \frac{1}{5} = 1 \qquad 3 \times \frac{2}{3} = 2.$$

Portanto, a que se reduz multiplicar uma fração por um inteiro, quando este é igual ao denominador?

Exercicio 79

1. Si uma operaria faz $40^m\ ^3/_4$ de pano por dia, quantos faria em 6 dias?

2. Multiplique:

$4\frac{2}{3} \times 3 \qquad 7\frac{3}{20} \times 10 \qquad 82\frac{3}{5} \times 6 \qquad 63\frac{5}{16} \times 28 \qquad 356\frac{1}{2} \times 73$

3. Como se faz a multiplicação de numero misto por numero inteiro?

4. Por meio de cancelamento, simplifique as frações:

$$\frac{40}{80} \quad \frac{200}{700} \quad \frac{3600}{7200} \quad \frac{2\times3}{5\times2} \quad \frac{7\times3}{3\times10} \quad \frac{2\times7}{20}$$

$$\frac{12\times7}{1200} \quad \frac{4\times27}{400}$$

5 Um operario pode executar sozinho um serviço em 8 dias e outro em 11 dias. Si trabalharem juntos, quanto do serviço fazem os dois? Em quantos dias concluem o serviço?

O que é multiplicar inteiro por fração

105 Si 1^m de fazenda custa \$640, quanto custam $^3/_4$ do metro?

Raciocine assim:

Para se saber o custo de $^3/_4$ do metro, é necessario saber primeiro o custo de $^1/_4$ do metro.

Si 1^m custa \$640, $^1/_4$ do metro custa \$640 : 4 ou

$$\frac{\$640}{4}$$ (*que regra se aplica?*)

Si $^1/_4$ do metro custa $\frac{\$640}{4}$, 3 quartos devem custar $3 \times \frac{\$640}{4} = \frac{3 \times \$640}{4}$ $\left(\textit{que regra aplica?}\right)$.

Efetue agora as operações e dê a resposta.

Será isto calcular $^3/_4$ de \$640?

Nestes cazos a palavra «de» se reprezenta pelo sinal «×».

Assim temos:

$^3/_4$ de \$640 = $^3/_4 \times \$640$; $^7/_{25}$ de 1000 = $^7/_{25} \times 1000$

Por isso é que uma questão como esta, se chama MULTIPLICAÇÃO DE INTEIRO POR FRAÇÃO.

Como se acabou de fazer, calcule:

o custo de $^7/_{25}$ de um milheiro de laranjas a 8\$500 o milheiro;

quanto ganha um operario em $^5/_{12}$ do dia, si o seu salario é 4\$600.

Como você vê nos exemplos que precedem, a multiplicação de inteiro por fração ($^3/_4 \times \$640$) se reduz á multiplicação de fração por inteiro $\left(3 \times \frac{\$640}{4} = \frac{3 \times \$640}{4}\right)$.

Como, pois, multiplica um inteiro por uma fração?

NOTA 86.- As particularidades de que tratamos nos itens 103 e 104, aqui têm inteira aplicação.

Chama-se a atenção para o seguinte:

106. *1.* $^3/_4 \times \$640$ *é a indicação de um problema (calcular trez-quartos do numero \$640) e não a de uma simples multiplicação.*

2\. *A rezolução de um tal problema requer duas*

operações : uma divizão $\left(\frac{\$640}{4}\right)$ *e uma multiplicação* $\left(3 \times \frac{\$640}{4}\right)$

3. *O rezultado final deve ser necessariamente menor que* \$640, *pois é uma fração propriamente dita deste numero; mas é necessariamente maior que* $3 \times \frac{\$640}{4}$, pois *é disto o produto.*

NOTA 87. - Lembra-se lhe isto para que você não considere \$480 como produto de 3|4 × \$640 e sim como o de $3 \times \frac{\$640}{4}$

A falta de taes considerandos é que tem levado alguem a supor *poder haver produto menor que o seu multiplicando* — o que é erro.

Como já se sabe, o produto é soma de parcelas iguaes ao seu multiplicando e uma soma nunca pode ser menor que qualquer das suas parcelas.

107. Quanto são $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$?

Raciocine assim :

Para se ter $^2/_3$ de $^4/_5$, é necessario primeiro calcular $^1/_3$ de $^4/_5$.

$\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{5}$ são $\frac{4}{15}$ (porque ?)

Logo $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{4}$ são $2 \times \frac{4}{15} = \frac{8}{15}$.

Como a palavra «de» se reprezenta neste cazo pelo sinal «$\times$», temos:

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

Eis porque esta questão se chama **multiplicação de duas frações**.

NOTA 88. --O uzo generalizou a palavra *multiplicado* para traduzir o sinal «$\times$»; qualquer que seja o cazo.

108. Rezolvamos de novo a mesma questão, deixando, porem, indicadas as operações a fazer.

Para termos 1|3 de 4|5, é necessario reduzirmos previamente a fração 4|5 a outra, da qual se possa tomar 1|3 exatamente (qual o principio ?)

Para isso basta multiplicar por 3 ambos os seus termos. Assim vem:

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} \qquad \frac{1}{3} \text{ de } \frac{4}{5} = \frac{4 \times 3 : 3}{5 \times 3} = \frac{4}{5 \times 3}$$

Como praticou a divizão do numerador por 3?

$$\text{Logo } \frac{2}{3} \text{ de } \frac{4}{5} = 2 \times \frac{4}{5 \times 3} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3}$$

Prove assim que

$$\frac{8}{9} \times \frac{5}{7} = \frac{8 \times 5}{9 \times 7} \qquad \frac{8}{11} \times \frac{6}{7} = \frac{8 \times 6}{11 \times 7} \qquad \frac{10}{13} \times \frac{3}{6} = \frac{10 \times 3}{13 \times 6}$$

Que operação está indicada entre os numeradores ? entre os denominadores ?

109. Intuitivamente você calculou $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$.... de uma fração.

Como naturalmente você fez isso?

E' evidente.

Você acaba de ver na rezolução das questões precedentes, que é levado a calcular primeiro $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$... de outra fração, operação que faz dividindo o numerador da equivalente por 2, 3, 4..., visto não poder dividir exatamente o numerador da fração dada por 2, 3, 4 .

$$\text{Assim } \frac{1}{3} \text{ de } \frac{4}{5} = \frac{1}{3} \text{ de } \frac{4\times3}{5\times3} = \frac{4\times3:3}{5\times3} = \frac{4}{5\times3}$$

Mas repare que, feito o cancelamento no numerador ($4\times3 : 3$), rezulta evidentemente a fração dada, tendo agora o denominador multiplicado por 2, 3, 4 .., conforme o cazo.

Assim, pois, tenha de memoria:

110. Para se ter $^1/_2$, $^1/_3$. $^1/_4$ .. de uma fração, *divide-se o numerador por 2, 3, 4. . ou multiplica-se o denominador por 2, 3, 4...*

Quando é que se divide o numerador? quando é que se multiplica o denominador?

NOTA 89.---Em vez de dizer «calcular 1|2, 1|3, 1|4,.. de uma fração» pode-se tambem dizer «dividir uma fração por 2, 3, 4».

Dê os produtos de $\frac{12}{13}\times\frac{10}{100}$, $\frac{3}{19}\times\frac{2}{5}$, indicando somente as multiplicações a fazer entre os numeradores e os denominadores.

III. Seja $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7}$

Procêda assim :

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} \qquad \frac{2 \times 4}{3 \times 5} \times \frac{6}{7} = \frac{2 \times 4 \times 6}{3 \times 5 \times 7}$$

Do mesmo modo faça :

$$\frac{4}{7} \times \frac{7}{10} \times \frac{2}{5} \qquad \frac{9}{15} \times \frac{3}{7} \times \frac{1}{5} \times \frac{7}{40}$$

Portanto, como se multiplicam frações entre si ?

Simplificação de calculo

$\frac{7}{8} \times \frac{8}{9} = \frac{7 \times 8}{8 \times 9} = \frac{7}{9}$ (cancelando-se o fator comum 8).

$\frac{5}{16} \times \frac{4}{9} = \frac{5 \times 4}{16 \times 9} = \frac{5}{4 \times 9}$ (dividindo-se ambos os termos do fração produto pelo fator comum 4).

Uzamos fazer estas simplificações antes de realizar as multiplicações.

Tipo de calculo

$$\frac{5}{\underset{4}{16}} \times \frac{\overset{1}{4}}{9} = \frac{5 \times 1}{4 \times 9} = \frac{5}{36}$$

Divide-se o denominador da 1.ª fração e depois o numerador da 2.ª, pelo fator comum 4.

Explique :

$$\frac{\overset{1}{10}}{\underset{1}{6}} \times \frac{6}{7} = \frac{10}{7} \quad \frac{\overset{12}{60}}{\underset{7}{77}} \times \frac{\overset{4}{44}}{\underset{9}{45}} = \frac{12 \times 4}{7 \times 9} \quad \frac{42}{75} \times \frac{15}{28} \quad \frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$$

NOTA 90.—A menos que as frações não sejam irredutiveis, a simplificação só tem lugar entre o numerador de uma fração e o denominador da ontra.

Tenha de memoria:

112. Duas frações se dizem **inversas** ou **reciprocas**, quando o numerador de uma é igual ao denominador da outra. Ex.: $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{2}$

Qual é o produto de $^2/_3$ e $^3/_2$?

113, *O produto de duas frações inversas é a* **unidade.**

Exercicio 80

1. Explique:

$$\frac{7}{8} \times \frac{4}{9} \times \frac{15}{16} \times 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} \times 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 5$$

2. Calcule o custo de $600^{k}\ ^3/_4$ de café a 1$200 o kilo.
3. Quanto custam $5^{m}\ ^3/_4$ de paninho a $680 o metro?

Rezolva assim:

	$640
	5 $^3/_4$
$^3/_4$ de $640............	
5 vezes $640..........	
Total.....	

4. Do mesmo modo procure o custo de:

$18\,^1/_2$ toneladas de carvão a $50 a tonelada; $31\,^5/_{32}$ de £ 128.

5. Quanto custam $3^m\,^1/_2$ de cazemira a $\$2\,^3/_4$ o metro?

Rezolva assim: $\$2\,^3/_4$ × $3\,^1/_2$

Custo de $^1/_2$ metro : $^1/_2$ de $\$2\,^3/_4$. . . . . . .

. id 3^m : $3 \times \$2\,^3/_4$. . . . . . .

Total.

6. Do mesmo modo calcule:

19 k $^7/_{25}$ de certa mercadoria a 2 f $^1/_4$ o kilo

$8\,^3/_4 \times$ £ 12.

NOTA 91.—Algumas vezes será necessario você fazer tres produtos parciaes,

$$10\frac{1}{5} \times 8\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4}\text{ de }\frac{1}{5} \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{4}\text{ de } 10 \ldots\ldots\ldots\ldots 2\frac{1}{2}$$

$$8 \text{ vêzes } 10\frac{1}{5} \ldots\ldots\ldots 81\frac{3}{5}$$

$$84\frac{3}{20}$$

7. Multiplique:

$8\frac{1}{5}$	$675\frac{5}{12}$	300	$435\frac{1}{4}$	$32\frac{5}{6}$
$2\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{2}$	$4\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{5}$

8. Fundiram-se 3 kilos de prata com 2 de cobre. Quanto ha de prata e de cobre em $^3/_4$ do kilo da liga?

Divizão

Exercicio 81

1. $\frac{6}{11} : \frac{2}{11}$ quantas vezes? Como se achou o numero de vezes?

2. $\frac{14}{9} : \frac{5}{9}$ quantas vezes? Como se achou o numero de vezes?

3. Portanto, que se faz para dividir duas frações izomeras?

4. Divida:

$\frac{7}{5} : \frac{2}{5} =$ $\frac{4}{9} : \frac{7}{9} =$ $\frac{15}{23} : \frac{6}{23} =$

5. Que vezes $\frac{1}{4}$ contém $\frac{1}{32}$? porque?

6. Quando as frações não são izomeras, que faz você antes de dividil-as?

7. Um frasco vazio peza 1 k $^{2}/_{5}$; com agua peza 5 k $^{3}/_{4}$. Quanto contém d'agua?

NOTA 92. No que se segue, você vai ver como se dividem imediatamente duas frações não izomeras.

114 $\frac{7}{11} : \frac{2}{5} = \frac{7 \times 5}{11 \times 5} : \frac{11 \times 2}{11 \times 5} = \frac{7 \times 5}{11 \times 2}$

Como reduziu você as frações ao mesmo denominador? como exprimiu a divizão dos numeradores?

Mas repare agora que $\frac{7 \times 5}{11 \times 2}$ vem de $\frac{7}{11} \times \frac{5}{2}$

Por que razão?

Logo $\frac{7}{11} : \frac{2}{5} = \frac{7}{11} \times \frac{5}{2}$

Observe o rezultado. Vê nêle o dividendo? de que forma vê o divizor? que operação está indicada entre êles?

Procêda com as divizões seguintes, conforme acabou de ver e observe sempre os rezultados finaes.

$\frac{5}{9} : \frac{3}{8}$ $\frac{13}{15} : \frac{2}{3}$ $\frac{4}{7} : \frac{1}{10}$.

Tenha de memoria:

115. Para se dividir duas frações, *multiplica-se o dividendo pelo divizor invertido.*

116. $10 : \frac{2}{3}$ quantas vezes? porque? que fez você previamente ao inteiro?

NOTA 93 — No que segue, você vai ver como dividir imediatamente um inteiro por uma fração.

$$7 : \frac{5}{9} = \frac{7 \times 9}{9} : \frac{5}{9} = \frac{7 \times 9}{5}$$

Como reduziu o inteiro a fração? como dividiu os numeradores?

Mas repare que $\frac{7 \times 9}{5}$ vem de $7 \times \frac{9}{5}$

Por que razão?

Logo $7 : \frac{5}{9} = 7 \times \frac{9}{5}$

Observe o rezultado final. Vê nêle o dividendo? de que forma vê o divizor? que operação apareceu indicada entre eles?

Tenha de memoria:

117. Para se dividir um inteiro por uma fração, *multiplica-se o dividendo pelo divizor invertido.*

Exercicio 82

1· Dê imediatamente os rezultados das seguintes divizões:

$$\frac{6}{5} : \frac{7}{8} \quad \frac{7}{40} : \frac{3}{8} \quad \frac{11}{12} : \frac{9}{15} \quad 14 : \frac{5}{6} \quad 61 : \frac{8}{10}$$

2. Dê imediatamente o rezultado das seguintes divizões, indicando somente as operações:

$\frac{8}{20} : \frac{5}{12}$ $\frac{27}{50} : \frac{4}{8}$ $\frac{3}{17} : \frac{1}{2}$ $5 : \frac{18}{31}$ $6 : \frac{10}{11}$.

NOTA 94. — Cancele os fatores comuns, quando houver lugar.

3. Ha uma peça de fustão com 24 m. Quantos cortes de colête dá ela, tendo cada um $^3/_4$ do metro?

4. Comprou-se uma peça de chita á razão de 17 m por 20$; e vendeu-se á razão de 13 m por 19$. Ganhou-se 48$.

Quanto se lucrou em cada metro? quantos metros havia na peça?

Exercicio 83

1. Que vezes $1\frac{1}{2}$ contém $\frac{1}{2}$? porque? $\frac{1}{4}$? porque?

2. Que vezes $4\frac{3}{5}$ contém $2\frac{1}{10}$? porque?

3. Que vezes 10 contém $3\frac{1}{6}$? porque?

4. Que fez você nas divizões precedentes antes de efetual-as?

5. Pratique mais as seguintes:

$4\frac{1}{11} : 2\frac{3}{7}$ $16 : 5\frac{3}{4}$ $12\frac{5}{6} : \frac{5}{12}$ $7\frac{3}{40} : 20\frac{1}{3}$

6. Uma companhia de trabalhadores executa um

serviço em 15 dias e outra em 12 dias. Dezeja-se saber si é mais conveniente contratar $^1/_3$ da primeira ou $^1/_4$ da segunda.

Exercicio 84

1. Pratique as divizões seguintes :

$$\frac{12}{7} : 3 \qquad \frac{5}{6} : 4 \qquad \frac{3 \times 5}{8} : 5 \qquad \frac{1}{6} \text{ de } \frac{42}{100} \qquad \frac{1}{7} \text{ de } \frac{8}{19}$$

Como já dissemos que se praticam taes operações ? onde ?

2. Faça as divizões que seguem :

$$124\frac{3}{4} \,\Big|\, 2 \qquad 769\frac{1}{3} \,\Big|\, 2 \qquad 468\frac{2}{3} \,\Big|\, 3$$

$$601\frac{3}{5} \,\Big|\, 4 \qquad 3\frac{2}{7} \,\Big|\, 4 \qquad 768501\frac{2}{10} \,\Big|\, 379$$

$$1000\frac{5}{9} \,\Big|\, 12$$

3. Uma torneira fornece 5 litros d'agua em 1 minuto Em que tempo fornece 35 k $^3/_4$?

Exercicio 85

(Revizão)

1. Que é numero inteiro ? Exemplo.
2. Que é fração ?
3. Como se forma uma fração ?
4. Como se reprezenta ? Exemplo.
5. Como se lê uma fração ? Exemplo.

6. Como se denominam os numeros com que se escreve a fração?

7. O numerador, que reprezenta? e o denominador?

8. Que é fração propria? Exemplo.

9. Que é fração impropria? Exemplo.

10. Como se extrae o inteiro de uma fração? Exemplo.

11. Como reduz um numero inteiro a fração? Exemplo.

12. Como reduz um numero misto a fração? Exemplo.

13. Divida 1040 ^{m} de pano em peças de 30 $^{1}/_{2}$ ^{m} cada uma.

Exercicio 86

(Revizão)

1. Mencione as propriedades da fração.

2. Faça aplicação de cada uma.

3. Como reduz uma fração a outra de denominação dada?

4. Como reduz frações ao menor denominador comum? Exemplo.

5. Como simplifica uma fração. Exemplo.

6. Como reduz uma fração á expressão mais simples? Exemplo.

7. Que dá uma fração multiplicada pelo seu denominador? Exemplifique.

8. Como reduz frações ao mesmo denominador quando este é o produto dos denominadores? Exemplo.

9. E' indiferente empregar este metodo a reduzir as frações ao menor denominador comum? Diga quando prefere um ou outro.

10. Que deve fazer ás frações antes da redução ao mesmo denominador ?

11. Um operario faz 9 ^{m} $^{2}/_{3}$ de uma fazenda em 1 ^{h} $^{1}/_{3}$. Quanto faria em 3 ^{h} $^{1}/_{4}$?

Exercicio 87

Revizão

1. Como soma frações ? Exemplo.

2 Como soma numeros mistos ? Exemplo.

3. Como subtrae frações ? E os numeros mistos ? Exemplo.

4. Como multiplica um numero inteiro por uma fração e vice-versa ? Exemplo.

5. Divida 3060 k $^{3}/_{4}$ de café em 150 sacas iguaes. Qual o pêzo liquido de cada uma ?

6. Como multiplica duas frações ? Exemplo.

7. Como multiplica numeros mistos ? Exemplo.

8. Como divide frações em geral ? Exemplo.

9. Como divide um numero inteiro por uma fração ? Exemplo.

10. Como divide uma fração por um inteiro ? Exemplo.

11. Como divide numeros mistos ? Exemplo.

12. 10 ^{m} $^{3}/_{4}$ custaram 20$000. Quanto custou o metro ?

SEÇÃO IV

Frações Decimaes

Vimos na Seção I a identidade da fração decimal com a ordinaria; apenas é implicito o denominador da primeira em razão de obedecer ela á terceira lei da numeração dos numeros inteiros.

Dai rezulta que o calculo com frações decimaes participa das regras do das frações ordinarias, revestindo ao mesmo tempo a forma simples do dos numeros inteiros, como aliás já vimos em diversos lugares da Seção II.

Vamos, pois, passar em revista as regras do calculo jà estabelecidas para as frações ordinarias, das quaes substituindo os termos por outros equivalentes, teremos as regras do calculo com as frações decimaes.

I

Calculo intuitivo

Exercicio 88

a	*b*	*c*	*d*
0,3 + 0,7	1 — 0,01	1 — 0,001	2 — 0,25
0,8 + 0,2	1 — 0,20	1 — 0,085	3 — 0,40
1 — 0,4	1 — 0,35	1 — 0,025	4 — 0,10
1 — 0,9	1 — 0,75	1 — 0,500	5 — 0,18
2 — 0,3	1 — 0,50	1 — 0,240	6 — 0,16

e. De uma peça de paninho de 22 m tiraram-se 0m 45. Quanto ficou da peça.

f	*g*	*h*	*i*
$^1/_2$ + 0,5	$^1/_4$ + 0,25	0,2 + $^1/_5$	0,25 — $^1/_4$
$^1/_2$ + 0,25	$^3/_4$ + 0,25	$^3/_5$ — 0,4	1 : 0, 1
$^1/_2$ — 0,50	0,25 : $^1/_4$	$^1/_8$ — 0,125	1 : 0,01
$^1/_2$: 0,5	$^3/_4$: 0,25	$^1/_2$ + 0,2	1 : 0,001
1 $^1/_2$ — 0,25	0,75 — $^1/_4$	0,5 + $^1/_5$	2 : 0,2

j. Havia uma peça de chita com 24 m $^1/_2$, da qual se cortaram 0m75. Quanto ficou da peça?

Exercicio 89

a	*b*	*c*	*d*
$4,5 + 8\,{}^1/_2$	0,1 : 2	1 : 10	8 : 10
$7,25 + 1\,{}^1/_4$	0,5 : 2	1 : 100	12 : 100
$2,{}^3/_4 + 9,5$	0,7 : 5	1 : 1000	85 : 100
2 — 1,07	0,5 : 10	2 · 10	${}^1/_2$: 0,5
6 — 2,33	0,1 : 10	3 : 100	${}^1/_2$: 0,25

e. Um negociante comprára 10 peças de cazemira com 420 ^{m}80. Vendeu já 120 ^{m}. Que quantidade de fazenda lhe resta ?

f	*g*	*h*	*i*
$2\times0,5$	$6\times0,4$	$8\times0,125$	$10\times0,2$
$3\times0,2$	$2\times0,50$	$10\times0,1$	$10\times0,3$
3×0.5	$2\times0,25$	$20\times0,1$	$100\times0,03$
$4\times0,5$	$4\times0,25$	$100\times0,01$	$100\times0,003$
$5\times0,2$	$3\times0,25$	$1000\times0,001$	$1000\times0,902$

j. 3 peças de fita: uma com 10 ^{m} 1[2 outra com 12 ^{m} 25; outra com 9 ^{m} 60. Que quantidade ha nas 3 peças?

Exercicio 89

1. Dê 10 para denominador, uzando da virgula aos numeros :

4   34   85   935   50   40   80   640

Que simplificação pode ter lugar quando o algarismo á direita da virgula é zero ? (5, 0 = 5)

2. Uzando da virgula, dê 100 para denominador aos numeros:

3 15 10 41 68 500 600 1748.

Que simplificação pode ter lugar quando os algarismos á direita da virgula são zeros ?

3. Uzando da virgula dê 1000 para denominador aos numeros :

1 2 3 11 15 132 879 4000

Que acontece quando os algarismos á direita da virgula são zeros ?

4. Dividiram 560^m de certa fazenda em 10 peças iguaes. Que quantidade ha em cada peça ?

6. Repartiram-se 1870^m de cadarço em 100 peças iguaes. Que quantidade ha em cada peça ?

7. Quantas unidades e partes da unidade ha em 1,20 ? 41,53 ? 7,1 ?

8. Ha fração decimal impropria ? porque ?

11

Quociente da divizão por 10, 100, 1000

117. Sem efetuar divizão, como se exprime o quociente da divizão de dois numeros ? Dê ex.

Portanto $4 : 10 = \frac{4}{10} = 0,4$

$$28 : 10 = \frac{28}{10} = 2,8$$

$$437 : 100 = \frac{437}{100} = 4,37$$

De modo analogo procure os quocientes das seguintes divizões:

7 : 10 45 : 100 5478 : 100 124 : 10000

Portanto, como se obtem em fração decimal o quociente da divizão de um numero por 10, 100, 1000... ?

Si o dividendo não tem numero suficiente de algarismos, que lhe é precizo fazer?

Aplique o que diz ás seguintes divizões:

2 : 100000 478 : 1000000

III

Redução de um inteiro a fração decimal

118. Como reduz um inteiro a fração ordinaria? Dê ex.

Vejamos isto em fração decimal.

Seja o inteiro 2 para se reduzir a decimaes.
Escrevendo-lhe um zero á direita, temos 20.
Dando a este rezultado o denominador 10, temos 2,0.

Faça as seguintes conversões, explicando:

7 a decimos 21 a centezimos; 1 a milezimos

Portanto, como se reduz um inteiro a fração decimal?

IV

Redução de um numero misto decimal a fração impropria

119. Como reduz um numero misto a fração? Dê ex.

Seja o numero misto decimal 2, 5.

A quantos decimos equivale? porque?

Veja se diz á simples inspeção:
a quantos decimos equivale o numero 3, 4 ? 12, 8 ?
a quantos centezimos equivale o numero 6, 12 ? 10, 08 ?
a quantos milezimos equivale o numero 7,150 ? 54.444 ?

Já reparou que para isto dizer, basta abstrair da virgula e ler o numero rezultante com a mesma denominação ?

Portanto, como reduz um numero misto decimal a fração impropria ?

120. Só se pode extrair inteiro de fração impropria. Como o numero que fica á direita da virgula, é sempre uma fração propria, segue-se que nunca podemos ter a extrair inteiro dessa parte.

Si a fração decimal estiver na fórma de ordinaria, basta aplicar a regra para dividir um numero por 10, 100, 1000, etc.

V

Frações decimaes equivalentes

Que se faz para reduzir uma fração ordinaria a outra equivalente de termos maiores ? Dê ex.

121. Vejamos isto mesmo numa fração decimal.

Seja a fração decimal 0, 6.
Escreva-lhe um zero á direita.
Qual é o numerador da primeira ? da segunda ?
Qual é o denominador da primeira ? da segunda ?
Repare si os termos da segunda fração são os da primeira, multiplicados por 10.

São, pois, equivalentes as duas frações? por qual principio?

Prove do mesmo modo que 0,7 = 0,700; 0,23 = 0,230; 5,4 = 5,4000.

Portanto, como se mu'tiplicam ambos os termos de uma fração decimal pelo me-mo numero?

Que se deve fazer para reduzir uma fração decimal a outra equivalente de termos maiores?

122. Como se reduz uma fração ordinaria a outra equivalente de termos menores? Dê exemplo.

Vamos ver isto numa fração decimal.

Seja a fração decimal 0,90. Suprima-lhe o zero final (0,9).
Compare os numeradores e os denominadores.
Por qual principio a segunda fração é equivalente á primeira?

Prove que 0,800 = 0,8; 0,73400 = 0,734.

Portanto, como se dividem os termos de uma fração decimal pelo mesmo numero?

Como se reduz uma fração decimal a outra equivalente de termos menores?

VI

Redução ao mesmo denominador

123. Dê um exemplo de redução de frações ordinarias ao menor denominador comum.

Vejamos isto em frações decimaes.

Sejam as frações decimaes 0,85 e 0,437.
Têm o mesmo denominador? porque?
Escreva um zero á direita da primeira. Têm agora as duas o mesmo denominador? qual é êle? E' o menor possivel? porque?

Reduza assim ao m. d. c. as frações:

0,3 e 0,54; 0,386 e 0,1; 0.5328 6,63 0,421

Portanto, como reduz frações decimaes ao m. d. c.?
Em que principio se bazeia?
E' equivalente ao das frações ordinarias?

VII

Simplificação e redução à expressão mais simples

124. Dê um exemplo de simplificação de uma fração ordinaria.

Vejamos isto na fração decimal.

Seja a fração decimal 0,1200. Suprima-lhe o zero final. Porque a segunda fração é mais simples que a primeira? São equivalentes? por qual principio?

Simplifique as frações 0,7100; 4,80; 0,4010

Portanto, como simplifica uma fração decimal?

Seja ainda a fração 0,1200.

Suprima-lhe todos os zeros finaes. Pode dar outra forma mais simples?

Portanto como reduz uma fração decimal á expressão mais simples?
Em que principio se bazeia?
E' este equivalente ao da redução da fração ordinaria á expressão mais simples? qual é êle?

VIII

Adição

125. Como se somam frações ordinarias? Dê exemplo.

Vamos ver isto com frações decimaes.

a) Seja 0, 4 + 0, 3 + 0, 5.

Somemos os numeradores: 4 e 3, 7; e 5, 12.
Demos á soma o mesmo denominador: 1,2

b) Seja 0, 2 + 0, 6.

Somemos os numeradores: 2 e 6, 8.
Demos á soma o denominador 10: 0,8.

c) Seja 0, 007 + 0, 004.

Somemos os numeradores: 7 e 4, 11.
Demos á soma o mesmo denominador: 0,011.

Que foi necessario acrecentar neste ultimo exemplo?

d) Seja 0, 3147 + 0, 9865 + 0, 1426 + 0, 3704.

Escreverá os numeros assim ?:

$$\begin{array}{r} 0,3147 \\ 0,9865 \\ 0,1426 \\ \underline{0,3704} \end{array}$$

Porque ?

e) Seja 0, 57 + 0, 8 + 0, 1231 + 0, 241.

Teem estes numeros o mesmo denominador ? Escre-

va-os um debaixo do outro e reduza-os ao mesmo deno. minador e some :

$$\begin{array}{r} 0,5700 \\ 0,8000 \\ 0,1231 \\ 0,2410 \\ \hline 1,7341 \end{array}$$

Pode somar os mesmos numeros dispensando-lhes a redução ao mesmo denominador ? porque ?

NOTA 93.—Na pratica dispensa-se a redução ao mesmo denominador, escrevendo-se os numeros como acima se vê.

126. Como soma numeros mistos ?
Dê exemplo.

Quando a soma das frações que formam os numeros mistos, excede á unidade, que se deve fazer então ? Dê exemplo.

a) Seja 4, 6 + 7, 3.

$$\begin{array}{r} 4,6 \\ 7,3 \\ \hline 11,9 \end{array}$$

Qual é a soma das frações ? qual é a soma dos numeros inteiros?

b) Seja 5, 8 + 6, 7.

$$\begin{array}{r} 5,8 \\ 6,7 \\ \hline 12,5 \end{array}$$

Qual é a soma das frações ? porque escreveu 5 ?

Some 4,34, 0,874, 23.5, 554,1253

```
    4,34
    0,874
   23,5
  554,1253
 _________
```

NOTA 94. - Repare que, tratando-se de fração decimal, a adição de frações izomeras e não izomeras, a adição de numero misto e fração, a adição de numeros mistos; tudo é muito mais simples do que com as frações ordinarias: *tudo é o mesmo que somar numeros inteiros.*

Exercicio 90

1. Some: 0,3745 + 0,5706 + 0,3759 + 1873
2. Some: 0,0065 + 0,0009 + 0,0021
3. Some: 0,5 + 0,341 + 0,07 + 0,9715
4. Some: 51,743 + 7,54 + 740,2222 + 8,754

5

a	*b*	*c*	*d*
0,8	7,5458	0,835	1,34
0,6	3,2387	7,176	0,86
0,9	0,5236	0,358	0,13
0,7	0,6319	0,541	0,17
3		8,91	

6. Que ha de particular neste ultimo exemplo?

7. Que faz quando na soma todos ou alguns algarismos decimaes são zeros?

IX

Subtração

128. Como subtrai frações ordinarias? Dê exemplo. Vamos ver isto com frações decimaes.

a) Seja 0, 9 — 0, 6.

Subtraiamos os numeradores: 9 menos 6 são 3. Demos ao resto o mesmo denominador: 0,3.

b) Seja 0, 05 — 0, 02.

Subtraiamos os numeradores: 5 menos 2 são 3. Demos ao resto o mesmo denominador: 0,03.

Que foi necessario acrecentar neste ultimo cazo?

c) Seja 0, 5213 — 0, 1986.

Escreve os numeros assim?

$$\begin{array}{r} 0,5213 \\ .\ 0,1986 \\ \hline \end{array}$$

para que?

d) Seja 0, 8 0 3 — 0, 5.

Têm as frações o mesmo denominador?

Escreva-as uma debaixo da outra, faça a redução ao mesmo denominador e subtraia.

$$\begin{array}{r} 0,803 \\ 0,500 \\ \hline 0,305 \end{array}$$

Pode subtrair estes numeros sem a redução ao mesmo denominador? porque?

e) Seja $0,8 - 0,374$.

Escreva os numeros um debaixo do outro, faça a redução ao mesmo denominador e subtraia:

$$\begin{array}{r} 0,800 \\ 0,374 \\ \hline 0,426 \end{array}$$

NOTA 95.—Emquanto não tiver muita pratica, não deixe de reduzir o minuendo ao mesmo denominador.

129. Como tira de um inteiro uma fração? Dê exemplo.

Seja $4 - 0,57$

Escreve os nnmeros assim ? :

$$\begin{array}{r} (3)\,(100) \\ 4 \\ 0,57 \\ \hline 3,43 \end{array}$$

EXPOZIÇÃO. Do minuendo se tira uma unidade e ficam 3. Da unidade, que são 100 centezimos, tiram-se 57 centezimos e restam 43 centezimos.

Na pratica faça assim:

$$\begin{array}{r} 4,00 \\ 0,57 \\ \hline 3,43 \end{array}$$

130. Como subtrae numeros mistos? Dê exemplo. Que se faz quando a fração no minuendo é maior que a no subtraendo? Dê exemplo.

a) Seja 41,85 — 9,63.

$$\begin{array}{r} 41,85 \\ 9,63 \\ \hline 32,22 \end{array}$$

EXPOZIÇÃO. Subtraem-se as frações e tem-se 22 centezimos. Subtraem-se os inteiros e tem-se 32.

b) Seja 23,12 — 1,63.

Pode-se tirar da fração no minuendo a no subtraendo?

$$\begin{array}{r} (22)\ (112) \\ 23,12 \\ 1,63 \\ \hline 21,49 \end{array}$$

EXPOZIÇÃO. Das unidades do minuendo tira-se uma unidade e ficam 22. Junta-se esta aos decimaes e vem 112 centezimos.

Agora pratique-se a subtração.

Na pratica escreva somente:

$$\begin{array}{r} 23,12 \\ 1,63 \\ \hline 21,46 \end{array}$$

e faça a subtração como si os numeros fossem inteiros.

NOTA 96. — Repare que subtrair frações izomeras e não izomeras; tirar de um inteiro uma fração decimal; subtrair dois numeros mistos, etc.; é muito mais simples do que com fração ordinaria: *tudo é semelhante á subtração de inteiros.*

Exercicio 91

1. 0,71408 — 0,06987.
2. 0,34605 — 0,097.
3. 0,13 — 0,02957; 0,024 - - 0,00589.
4. 13 — 0,669; 40 — 0 9988; 41 — 0,734528
5. 321,63 — 89,4307; 578,3 — 29,0054.

Multiplicação

131. Como multiplica uma fração ordinaria por numero inteiro? Dê ex.

Vejamos isto na fração decimal.

Seja 4 × 0,37.

Multipliquemos o numerador pelo inteiro: 4 × 37 = 148.
Demos ao produto o mesmo denominador: 1,48.

Faça as multiplicações, explicando:

7 × 9,013; 4 × 0,0012; 6 × 0,000015

Que é necessario acrecentar nestes ultimos cazos?

Que se faz, pois, quando o produto não tem numero suficiente de algarismos?

132. Como multiplica um numero misto por inteiro. Dê exemplo.

Que faz quando o produto da fração no numero misto excede á unidade? Dê exemplo.

Faça explicando:

8 × 2,04 3 × 3,63 7 × 1,541

Seja:

1.	2.	3.	4.	5.
6,75	0,25	125	625	19,325
× 2	× 4	× 8	× 8	× 8

Que nota de particular nestes cazos?

Que se faz quando no produto todos ou alguns algarismos decimaes são zeros?

133. Que se faz quando na multiplicação de fração por inteiro o inteiro é divizor do denominador? Dê exemplo.

Vejamos isto na fração decimal.

a) Seja 10 × 0,65.

O inteiro 10 é divizor do denominador que 100.

$$100 : 10 = 10.$$

Demos, pois, ao numerador 65 o denominador 10 e vem 6,5.

b) Seja ainda 100 × 0,573.

O inteiro 100 é divizor do denominador que é 1000.

$$1000 : 100 = 10.$$

Demos ao numerador 573 o denominador 10 e vem 57,3

Faça explicando:

10 × 0,374; 1000 × 0,6878

Compare os multiplicandos e os seus produtos.

Repare que si o inteiro é 10, um algarismo da fração passa no produto para a esquerda da virgula; si o inteiro é 100, passam dois algarismos; etc.

Como se pode obter, pois, o produto de uma fração decimal por 10? 100? 1000?...

134. Qual é o produto de uma fração ordinaria pelo seu denominador? Dê exemplo.

Seja $10 \times 0,7$.

Qual é o denominador? qual o numerador? qual o denominador? qual deve ser o produto?

Faça explicando:

$$10 \times 0,8 \qquad 100 \times 0,25 \qquad 1000 \times 0,045$$

135. Acontece ás vezes que a fração não tem numero suficiente de algarismos a pas ar para á esquerda da virgula. Ex. $100 \times 0,3$.

Quantos algarismos havemos de transpor para a esquerda da virgula para ter o produto?

Completando primeiro o numero de cazas decimaes, tem-se:

$$100 \times 0,3 = 100 \times 0,30 = 30$$

Por qual principio pode você uzar deste zero?

Faça explicando:

$$100 \times 0,2 \qquad 1000 \times 0,5 \qquad 1000 \times 0,23$$

Que se faz, pois, quando se multiplica uma fração decimal por 10, 100, 1000 etc. e ela não tem numero bastante de algarismos para passar para a esquerda da virgula?

136. Como se multiplica numero inteiro por fração ordinaria? Dê exemplo.

Vejamos isto na fração decimal.

$$0,5 \times 17$$

Multipliquemos o inteiro pelo numerador da fração e vem $5 \times 17 = 85$.

Dividamos o produto pelo denominador e vem 8,5.

NOTA 97.—O que se pode dizer a respeito do cazo da multiplicação de fração decimal por inteiro, tem aqui inteira aplicação.

137. Observe o seguinte exemplo de multiplicação.

$$3\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times 3=\frac{1}{6}+1\frac{1}{2}=1\frac{4}{6}$$

Que produto fez em primeiro lugar? em segundo?

Explique a seguinte multiplicação:

```
   4,2
   0,3
 -----
  0,06
  1,2
 -----
  1,26
```

Do mesmo modo explique:

$37,9\times 0,07$ $\quad$ $6,35\times 0,7$ $\quad$ $9,54\times 0,63$.

138. Como se multiplicam duas frações ordinarias? Dê exemplo.

Vejamos isto em frações decimaes.

Seja $0,4\times 0,37$.

Multipliquemos os numeradores: $4\times 37=148$. Demos a este o produto $(10\times 100=1000)$ dos denominadores: 0,148.

Faça explicando:

a) $0,27\times 0,6$ $\quad$ $0,44\times 0,29$ $\quad$ $0,35\times 0,047$
b) $0,007\times 0,009$ $\quad$ $0,00013\times 0,0005$

Que nota de particular nestes dois ultimos cazos?

Que se faz quando o produto dos numeradores não tem numero suficiente de algarismos ?

139. Observe o produto seguinte:

$$6\,\frac{3}{6}\times 5\,\frac{1}{2}=3\,\frac{3}{12}+32\,\frac{3}{12}=35\,\frac{1}{2}$$

Que produto fez em primeiro lugar ? em segundo ?

Do mesmo modo explique:

$$\begin{array}{r} 7,5 \\ 3,8 \\ \hline 6,00 \\ 22,5 \\ \hline 28,50 \end{array}$$

Repare que a multiplicação dos numeros mistos decimaes em questão é identica á dos inteiros 75 e 38, acrecendo unicamente as virgulas. Repare mais que o numero de decimaes do produto total é igual ao do primeiro produto parcial, o qual por sua vez é igual ao do produto das frações. Daí rezulta que se podem multiplicar os dois numeros como se fossem inteiros, separando no produto total tantos decimaes quantos houver nas duas frações.

Faça explicando :

$5,9 \times 8,3$ $\quad 7,56 \times 4,7$ $\quad 5,94 \times 4,23$
$78,006 \times 100,7$ $\quad 835,47 \times 1000,6$

XI

Divizão

140. Como se dividem frações ordinarias izomeras ? Dê ex.

Vejamos isto em frações decimaes :

0,8 : 0,4.

Dividamos os numeradores: 8 : 4 = 2.

Faça explicando :

a) 0,84 : 0,04 *b)* 0,48 : 0,12 *c)* 0,341 : 133.

141. Que se fez *a priori* quando tinhamos a dividir intuitivamente frações ordinarias não izomeras ? Dê exemplo.

Seja agora 0, 8 : 0, 0 4.

Reduzindo primeiro o dividendo ao mesmo denominador, temos

0,8 : 0,04 = 0,80 = 0, 04 (voltamos ao cazo anterior) = 20.

Faça explicando :

0,6 : 0,075 0,57 : 0,0983

142. Que fez tambem *a priori* na divizão de inteiro por fração. Dê ex.

Seja agora 6 : 0,05.

Reduzindo primeiro o dividendo ao mesmo denominador, temos

6 : 0,05 = 6,00 : 0,05 = 600 : 5 = 130

Faça explicando :

21 : 0,7 1 : 0,02 15 : 0,03

NOTA 98. — Até aqui só temos visto cazos em que é o dividendo que se reduz á denominação do divizor; oportunamente veremos cazos em que é o divizor que se reduz á denominação do dividendo.

143. Como se dividem dois numeros mistos? Dê ex.

Seja agora 3, 2 : 1, 6.

Reduzindo o dividendo e o divizor a fração temos:

3, 2 : 1, 6 = 32 decimos : 16 decimos = 32 : 16 = 2.

Faça explicando ·

8,4 : 0,21 107,74 : 8,75 8,6 : 1,075 50 : 6,25

144. Como fez a divizão de uma fração por inteiro? Dê exemplo.

Seja agora 0,48 : 4

Dividamos o numerador pelo inteiro 48 : 4 = 12.
Demos ao quociente o mesmo denominador - 0,12.

Faça explicando :

0,76 : 2 0,645 : 15 0,0045 : 9

145. CAZO ESPECIAL. Como divide uma fração por um inteiro quando o numerador não é divizivel pelo inteiro? Dê exemplo.

Seja agora 0,14 : 10.

Qual é o denominador ? E' o numerador divizivel pelo inteiro? Multiplicando-se o denominador por 10, têm-se: 0,014.

Faça explicando :

0,7 : 10 0,13 : 10 0,05 : 100 0,1384 : 1000.

Compare os dividendos e os quocientes e diga depois como se tem o quociente da divizão de uma fração decimal por 10, 100, 1000, etc.

146. Como divide um numero misto por um numero inteiro ? Dê exemplo.

Que acontece quando a divizão da parte inteira do numero misto deixa resto? Dê exemplo.

Seja agora 12,08 : 4.

Dividamos a parte inteira --12 : 4 = 3;

Dividamos a fração: 8 centezimos : 4 = 2 centezimos. Quociente: 12,02.

Faça explicando:

15,10 : 5 9,006 : 3 40,125 : 5

Seja mais 3,4 . 2.

3,4 | 2
1,7

Expozição. 3 : 2 dá 1. Resta 1. Uma unidade e 4 decimos são 14 decimos; : 2 = 7 decimos.

Faça explicando:

7,608 : 8 42,15 : 3 738,5 : 6.
43,2 : 10

43,2 | 10

Expozição. 43 : 10, quatro. Resta 3.
3 unidades e 2 decimos são 32 decimos.
32 decimos: 10 dão 32 centezimos.

Faça explicando:

7,8 : 10 615,35 : 100 15,83 : 10

Compare o dividendo e os quocientes. Que semelhança ha entre um e outro? Que diferença ha entre um e outro?

Diga, então, como se tem imeditamente o quociente da divizão de um numero misto decimal por 10, 100, 1000, etc.

Aplique sua regra ao seguinte:

78,005 : 10 344,08 : 1000.

147. Dividir por 20, 300, 5000...
Ex.: 2743 : 50.

EXPOZIÇÃO. (onde se tratou disto ?). Primeiro divide-se o dividendo e o divizor por 10 para simplicar o calculo

274,3 : 5Q e depois o rezultado por 5

```
274,3 | 5Q
243   | 54,8
```

Divida e explique :

a) 543 : 20; *b)* 128 : 300; *c)* 104 : 400

d) 7384 : 400 *e)* 103 : 5000; *f)* 44 : 3700

148. Do mesmo modo divide-se um numero decimal por um inteiro terminado em zero. Ex.: 72,4 : 20.

EXPOZIÇÃO. Divide-se primeiro o dividendo e o divizor por 10 para simplificar o calculo:

7,24 : 2Q

```
7,24 | 2
     | 3,62
```

Faça e explique :

a) 847,5 : 40; *b)* 103,8 : 300; *c)* 0,345 : 50

d) 0,348 : 200; *e)* 67,45 : 5000.

149. Como divide duas frações ordinarias cujos termos são respetivamente divisiveis ? Dê exemplo ?

Divizão de duas frações decimaes tendo o divizor menos decimaes que dividendo.

0,35 : 0,5

Divido os numeradores--35 : 5 = 7; divido os denominadores--100 : 10 = 10

Dou este quociente por denominador ao primeiro: 0,7.

Faça explicando:

a) 0,46 : 0,2; *b*) 6,342 : 0,07; *c*) 0,003 : 0,5;

d) 1,111 : 0,08 *e*) 2,223 : 0,4; *f*) 4,3438 : 0,123.

Repare si, dividindo se os denominadores entre si e dando o rezultado para denominador do primeiro quociente, *a fração rezultante vem a ter tantos decimaes quantos forem os do dividendo menos do divizor.*

Como, pois, divide dois numeros decimaes na hipoteze do divizor ter menos decimaes que o dividendo?

Porque deve você preferir isto a reduzir o divizor á denominação do dividendo?

NOTA 99—Si achar dificuldade em responder, tome um exemplo, reduza o divizor a denominação do dividendo, faça a divizão, e note o que se passa.

Exercicio 91

(Revizão)

1. Como se formam as frações decimaes? Mostre.

2. Que relação existe entre a unidade e o decimo? o decimo e o centezimo? o centezimo e o milezimo?...

3. A formação das frações decimaes difere da dos inteiros?

4. Como se distingue uma fração decimal de um nnmero inteiro?

5. Uma fração decimal difere de uma fração ordinaria? porque?

6. Como se escreve uma fração decimal?
7. Como se lê uma fração decimal?
8. As frações decimaes passam por transformações como as ordinarias? Exemplo.
9. Mencione propriedades das frações decimaes e as correspondentes de frações ordinarias e exemplifique.
10. Como soma frações ordinarias? E frações decimaes?
11. Como subtrai frações ordinarias? E frações demaes?
12. Como multiplica frações ordinarias? E frações decimaes?
13. Como divide frações ordinarias? E frações decimaes?

Exercicio 92

(Revizão)

1. $3{,}4 + 0{,}753 - 0{,}096 \times 1{,}5 + 5{,}34 : 3$.
2. $0{,}674 - 0{,}023 + 7{,}35 \times 0{,}8 - 6{,}636 : 1{,}5$.
3. $3456 : 200 + 660 : 300 + 34 : 1700$.
4. $6{,}78 : 2 + 6{,}78 : 0{,}2 + 0{,}678 : 0{,}02$.
5. $(1 - 0{,}678) + (2 - 0{,}678) + 1 : 0{,}125$.
6. $0{,}35 \times 0{,}6 \times 0{,}835$.
7. $43{,}5 \times 0{,}3986$.
8. $(8 : 1000 + 0{,}75 : 100) \times 0{,}0063 : 0{,}5$.

SEÇÃO V

Sistema metrico decimal

150. Unidades. Cada um compreende a conveniencia comum de haver unidades fixas e invariaveis para se *medirêm* as couzas. Daì, naturalmente:

uma unidade para comprimento (*unidade linear*)
uma unidade para *liquidos* e *cereaes* (*unidade de capacidade*)

uma unidade para as couzas que se *pezam*;
uma unidade para as *superficies*;
uma unidade para os *volumes*;
uma unidade para os *valores*;

151. Multiplos e submultiplos. Não basta uma unidade de cada especie. Com efeito, si quizermos medir o comprimento de uma sala, servimo-nos bem do metro; mas para medir o comprimento de uma rua, o metro é *relativamente* pequeno e por isso inconveniente. Precizamos, então, de uma unidade linear, maior que o metro.

Entretanto, para avaliar o comprimento deste livro, o metro já não serve por ser grande, *relativamente*. Necessitamos, pois, de uma unidade linear menor que o metro.

Daí rezultam os *multiplos e submultiplos* das diversas unidades.

NOTA 100.—Cada paiz tem um ststema de medidas ou adota, como o Brazil, o sistema creado pela França, chamado *sistema metrico decimal*.

152. Unidades lineares: Unidade principal— o *metro* (*m)

MULTIPLOS

Decametro (* Dm) = 10 metros (10 m).

Hectometro (* Hm) = 10 decametros = 100 metros (100 m).

Kilometro (* Km) = 10 hectometros = 1000 metros (1000 m).

Miriametro (* Mm) = 10 kilometros = 10000 metros (10000 m).

SUBMULTIPLOS

Decimetro (* dm) = $^1/_{10}$ do metro (0^m1).

Centimetro (* cm) = $^1/_{10}$ do decimetro = $^1/_{100}$ do metro (0^m01).

Milimetro (* mm) = $^1/_{10}$ do centimetro = $^1/_{1000}$ do metro (0^m001).

NOTA 101—Destas unidades são *reaes* o metro e os seus submultiplos.

153. Definições. Para você compreender o metro, deve saber como êle se formou. Foi assim.

Mediu-se o quadrante terrestre com a *toêza* (unidade linear antiga); dividiu-se depois essa distancia em *dez milhões* de partes iguaes, e tomou-se uma delas para ser a baze do sistema que se ia crear, i. é, a unidade da qual todas as outras deviam derivar, e se chamou *metro*. Por isso o metro define-se:

O metro é a decima-milionezima parte do quadrante terrestre.

(*) Abreviatura

Os multiplos e submultiplos são definidos pelos seus valores.

Deca	significa	*dez*
Hecto	«	*cem.*
Kilo	«	*mil.*
Miria	«	*dez mil.*
Deci	«	*decimo.*
Centi	«	*centezimo.*
Mili	«	*milezimo.*

154. Aplicações das unidades lineares. Aplica-se o metro para medir os *comprimentos ordinarios*, como *a largura de uma sala*. O *kilometro*, para as grandes distancias, como uma *linha ferrea*. O *centimetro*, para os pequenos comprimentos, como o de um livro. O *milimetro*, para as muito pequenas dimensões, como o diametro de uma moeda.

As outras unidades não são frequentemente uzadas nas expressões comuns dos comprimentos.

Pode-se precizar alguma vez de uma unidade menor que o milimetro: a espessura de um cabêlo, por ex., será avaliada com uma unidade menor que o milimetro.

Exercicio 93

1. Diga alguma couza sobre as especies de unidades.
2. Ha uma só unidade de cada especie ? porque ?
3. Mencione as unidades lineares.
4. Defina cada uma de per si e na ordem.
5. As respetivas notações.
6. Como se determinou o metro ?
7. Complete:

1 Hm = metros   1 Km = metros   1 Mm = metros

8. Que parte é do metro: o decimetro? o centimetro? o milimetro? Dê os porquês.

9. Escreva de dois modos, com algarismos, e explique:

Metro e meio — dois kilometros e meio
decametro e meio — hectometro e um quarto
trez miriametros e um quinto.

10. Escrêva de dois modos e explique:

quatro decimetros — oito centimetros
tres milimetros

11. $0^{m}30$ de brim custam 2$500. Quanto custa o metro?

Exercicio 94

1. Em que relação estão entre si as unidades lineares?

2. Leia e explique:

$1^{m}3$	$2^{m}35$	$3^{m}083$
3 Dm 4	4 Dm 05	7 Dm 035
4 Hm 8	5 Hm 5	10 Mm 2

3. Uze da abreviatura *m* reprezentando os dois ultimos numeros de cada coluna.

4. Preencha os claros:

1 Dm 5 = metros — 2 Hm 5 = metros

5. Como se chama a *dezena* de metros? a centena? o milhar? a dezena de mil?

6. Seja o numero 38.543 ^{m}. Que unidades lineares cada algarismo reprezenta?

7. Sejam os numeros:

0 ^{m} 34 0 ^{m} 045 0 ^{m} 145 0 ^{m} 500.

Que unidades cada algarismo reprezenta?

8. Leia os numeros precedentes e explique.

9. Dada em algarismos uma fração decimal do metro, qual o algarismo que reprezenta *decimetros? centimetros? milimetros?*

10. Medindo alguem certa fazenda, lezava o comprador em 0 ^{m} 02 por metro. Tendo medido 20 ^{m} $^1/_4$, que quantidade da fazenda recebeu o comprador?

11. Tomando o kilometro por unidade, escrêva em algarismos os numeros:

201 ^{m} 330 ^{m} 708 ^{m} 4325 ^{m}

Explique.

12. Faça o mesmo com os numeros abaixo, tomando o metro por unidade:

153 centimetros 104 centimetros
12 decimetros 28 decimetros
500 milimetros

13. Complete e explique:

2 ^{m} 2 = decimetros.
3 ^{m} 14 = centimetros.

14 Uma peça de fazenda com 25 ^{m} 40 foi vendida por 34$750. Quanto custou o metro?

154. Unidades de superficie. Unidade principal—o *metro quadrado* (* mq ou m ^{2})

(*) Abreviatura

MULTIPLOS:

Decametro quadrado	(* Dmq. ou Dm ^{2})
Hectometro quadrado	(* Hmq. ou Hm ^{2})
Kilometro quadrado	(* Kmq. ou Km ^{2})
Miriametro quadrado	(* Mmq. ou Mm ^{2})

SUBMULTIPLOS:

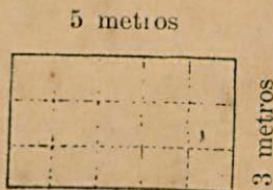
Decimetro quadrado	(* dmq. ou dm ^{2})
Centimetro quadrado	(* cmq. ou cm ^{2})
Milimetro quadrado	(* mmq. ou mm ^{2})

NOTA 102. Não ha destas unidades sob forma material.

155. Definições. O metro quadrado *é um quadrado com um metro de lado.*

Defina as outras unidades de modo analogo.

156. Medir uma superficie. Não se mede uma superficie como se mede um comprimento, i. é, aplicando a unidade á superficie, de principio a fim, como se faz a uma peça de fazenda, por ex.; porque seria uma operação longa e impraticavel. A medição se faz pelo calculo, como se vê no ex. que segue.

Imajinemos ser esta figura um terreno com 5 metros de comprido e 3 metros de largo. Suponhamol-o dividido pelas *horizontaes* pontuadas em *tres seções* com *um metro* de largo e *5 metros* de comprido; e depois subdividido pelas *verticaes* tambem pontuadas.

(*) Abreviatura.

Vemos, então, que cada seção contem *cinco* metros quadrados e, por isso, o terreno contem 3×5 metros quadrados.

Repare agora que o numero de metros quadrados é dado por um *produto*, cujos *fatores* são as *dimensões* do terreno.

Por tal motivo não é necessario que as unidades de superficie tenham existencia material. A *unidade linear* que medir as dimensões da superficie, indicará imediatamente a *unidade de superficie*. Por ex.: si as dimensões do terreno em questão fossem *5 decametros* e *3 decametros* em vez de *5 metros* e *3 metros*, a unidade de superficie seria o *decametro quadrado*.

157. Aplicação das unidades de superficie.

O *metro quadrado* é uzado para medir as superficies comuns, como a *area de uma sala*.

O *kilometro quadrado*, para as superficies muito grandes, como *a de um paiz*.

O *decametro* e o *hectometro quadrados*, para as terras de cultivação. Aquêle é empregado com o nome de *are* e este, com o de *hectare* (100 ares).

NOTA 103. -Abreviatura de *are*:- a; de *hectare*:--ha.

O *centimento quadrado*, para as pequenas superficies, como *a da capa de um livro*.

O *milimetro quadrado*, para as superficies muito pequenas, como *a de uma moeda*.

Não são frequentemente uzados o *miriametro* e o *decimetro quadrados*.

Exercicio 95

1. Mencione as unidades de superficie, segundo a ordem e dezenhe as que puder.

2. Mostre como se mede uma superficie retangular.

3. Porque se precinde de materializar as unidades de superficie?

4. Qual é a area de um campo com 20Dm numa dimensão e 12Dm na outra?

5. Calcule a area de um quadrado com 12^{m} de lado.

6. A medida de uma superficie é *direta* ou *indireta*?

A medida de uma grandeza é direta quando se pode aplicar a unidade á grandeza, de principio ao fim, como: a *medida de uma peça de fazenda*. E' *indireta* no cazo contrario, como: a *medida da distancia do sol á terra.*

7. Diga sobre a serventia das unidades de superficie.

8. Um alfaiate comprou $3^{m}60$ de fustão para fazêr colêtes. Quantos colêtes, si cada um levar $^{3}/_{5}$ do metro?

9. Uma posse de terra com 300^{m} de fundos e 100^{m} de frente, foi vendida á razão de 550$ o are? Quanto custou?

Exercicio 96

1. Faça um metro quadrado e prove, tirando linhas como no cazo do retangulo, que *o metro quadrado tem* 100 *decimetros quadrados.*

2. Imajine que o mesmo quadrado seja um *decametro quadrado.* Quantos metros quadrados?

Si êle for o *hectometro quadrado*, quantos *decametros quadrados*?

Si for um *kilometro quadrado*, quantos *hectometros quadrados*?

Si o *miriametro quadrado*, quantos *kilometros quadrados?*

Si o *decimetro quadrado,* quantos *centimetros quadrados?*

Si o *centimetro quadrado*, quantos *milimetros quadrados?*

3. O *are* quantos metros quadrados tem ?

NOTA 104.---O metro quadrado é, pois, um centezimo do are e por isso é tambem chamado *centiare*.

4. Quantas vezes uma unidade de superficie contem a imediatamente menor ou é contida na imediatamente maior?

5. Em que relação estão entre si as unidades de superficie?

6. Que é are? hectare? centiare?

7. O *decimetro quadrado* que parte é do metro quadrado? o *centimetro quadrado*? o *milimetro quadrado?*

8. Uma empreza contratou a construção de uma estrada á razão de 2.000$ por kilometro. Tendo feito já 740 ^{m}, quanto deve receber?

9. Um terreno de 4Dm^{2}25 custou 1.000$. Quanto custou o centiare?

158. Notação das unidades de superficie somente com a abreviatura m^{2}:

metro quadrado	1 ^{m2}
decametro quadrado	100 ^{m2}

Escreva assim os demais multiplos.
decimetro quadrado (ou centezimo do metro quadrado 0^{m2}01
(Escreva os dois outros submultiplos).

NOTA 105.---Você escreverá facilmente taes numeros, si procurar primeiro quantos metros quadrados tem cada um deles, si for multiplo; ou que parte é do metro quadrado, si for submultiplo.

Si você quizer medir uma fazenda e não tiver na ocazião o metro; a fazenda está dobrada como uma peça e cada dobra tem, mais ou menos, $0^{m}91$; as dobras são 20. Qual é aproximadamente, a quantidade de fazenda?

Exercicio 97

1 Um decimetro quadrado é o mesmo que um decimo do metro quadrado? porque?

Couza semelhante se passa com o centimetro e o milimetro quadrados.

2. Precizava-se de medir um comprimento e na ocazião não havia um metro. Mediu-se, pois, com uma vara de 12 palmos. Depois verificou-se que o palmo tinha $0^{m}20$. Quantos metros no comprimento procurado?.

3. Leia e explique:

$1^{m^2}01$	$2^{m^2}05$	$0^{m^2}000005$
$0^{m^2}06$	$0^{m^2}000001$	$0^{m^2}12$
$5^{m^2}10$	$6^{m^2}50$	$0^{m^2}1245$
$0^{m^2}0012$	$0^{m^2}0025$	$0^{m^2}124570$

4. Que reprezenta o numero formado pelos dois primeiros algarismos á direita de m^2? pelo 3.º e o 4º.? pelo 5.º e o 6.º?

5. Seja o numero $73893678210^{m^2}378567$ Divida-o em seções reprezentando os *metros*, *decametros*, *hectometros*, *kilometros*, *miriametros*, *decimetros*, *centimetros* e *milimetros* quadradros. Explique.

6. Leia e explique:

$7^{m^2}18$	$60^{m^2}04$	$3^{m^2}0008$	$1^{m^2}0048$
$10^{m^2}000006$	$100^{m^2}000088$	$103^{m^2}4378$	$1^{m^2}113467$

7. Um corredor tem 6^{m} de comprido e $2^{m}\,{}^{1}/_{2}$ de largo. Vai ser ladrilhado com tijolos quadrados que têm $0^{m}30$ de lado. Quantos tijolos são necessarios?

159. Traduza em linguajem uzual:

$0^{m2}2$ $0^{m2}007$ $0^{m2}00005$

Como se vê, os numeros acima equivalem respetivamente a $0^{m2}20$, $0^{m2}0070$, $0^{m2}000050$. Podemos supor que aqueles tenham rezultado da simplificação destes (qual a regra para isso?). Restaurem-se, pois, os zeros, quando necessario.

Tenha de memoria:

160. *Para se lêr uma fração do metro quadrado, de numero impar de algarismos, escreve-se primeiro um zero á direita.*

Leia:

$740^{m2}8$ $20^{m2}333$ $0^{m2}18365$

$7^{a}2$ $3^{a}08$ $0^{a}5$

Pretende-se soalhar uma sala quadrada, que tem 6^{m} de lado. Cada taboa mede $3^{m}5$ de comprimento e $0^{m}33$ de largura. Quantas duzias de taboas?

Exercicio 98

.1 Uzando da abreviatura m^2 ou mq, escreva e explique:

um metro quadrado e dois decimetros quadrados;
vinte e cinco decimetros quadrados;
quatro centimetros quadrados;
vinte e nove centimetros quadrados;
oito milimetros quadrados.
trinta e cinco milimetros quadrados.

2. Um pedaço de fazenda mede $8^{m}75$ de comprimento e $0^{m}60$ de largura; outro, $6^{m}40$ de comprimento, porem, $0^{m}95$ de largura. Qual é maior?

3. Escreva uzando *m*² ou *mq*.

dois decametros quadrados;
um e meio hectometro quadrado;
quatro e meio kilometros quadrados
vinte miriametros quadrados.

4. Uma pessôa dentro de caza fez 1.000 passos num dia. Admita que o passo fosse igual a 3 vezes o pé, que por sua vêz tinha $0^{m}30$. Que distancia andou essa pessôa?

5. Escreva, uzando da abreviatura do *are*:

dez ares e cinco centiares
quatro hectares e meio
meio centiare
Escreva com a abreviatura m^2:
cinco ares e meio.
seis hectares e um quinto
nove centiares.

6. Pretende-se revestir de papel as parêdes de uma sala, as quaes têm as mesmas dimensões: $8^{m}30$ por $6^{m}40$. A sala tem 5 portas iguaes com 4^{m} sôbre $1^{m}5$. Cada peça de papel tem de comprimento 20^{m} e de largura $0^{m}60$. Quantas peças de papel são necessarias?

7. Traduza na expressão uzual:

dois decimos do are
quatro decimos do centiare

8. Quantos metros quadrados em 10^{a} 10^{ca}?

9. $0^{m^2}2$ é o mesmo que 2^{dm^2}? porque?

$0^{m^2}05$	id.	5^{cm^2}?	id.
$0^{m^2}001$	id.	1^{mm^2}?	id.

10. Vão-se-cobrir dois lanços do tecto de uma caza, cada um dos quaes é um trapezio com 6 m de frente e 4 m 80 de distancia á cumieira. Sabe se que 50 telhas cobrem um metro quadrado. Dizer o numero de telhas, mais ou menos.

161 Unidades de volume. A unidade principal é o—*metro cubico* (mc. ou m^3).

Que é um cubo? Dê um exemplo comum.

Que é o metro cubico?

Os multiplos do metro cubico não são uzados na expressão dos volumes, porque o metro cubico é suficiente para medir os que entram nas questões comuns.

Pense no tamanho de um multiplo do metro cubico e avalie si esta sala seria capaz de contel-o.

Submultiplos:

Decimetro cubico (dmc. ou dm^3)
Centimetro cubico (cmc. ou cm^3)
Milimetro cubico (mmc. ou mm^3)

NOTA 106 As unidades de volume tambem não são empregadas materialmente.

162 Medir um volume. Não podemos tratar aqui desta questão de modo completo, porque é na geometria que se pode fazêl-o. Apenas dizemos que, *para se medir o volume de um corpo, cuja forma sêja como um caixão ou um cubo*, multiplicam-se entre si as tres dimensões. O produto será o volume procurado, expresso, ora em metros cubicos, ora em decimetros cubicos, etc., conforme a unidade linear empregada para medir as ditas dimensões.

Você verificará isto *intuitivamente*, fazendo um lote de cubos iguaes de madeira, tendo, por exemplo, 5 cubos no comprimento, 4 na largura e 3 na altura. Verá então 3 camadas como a da baze, cada uma com 5 × 4 cubos. Por isso a totalidade dêles será 5 × 4 × 3 cubos.

Pode tambem fazer o lote de dimensões iguaes, i. é, um cubo e neste cazo verá que o numero total é um produto de *trez fatores iguaes*.

Do que se acaba de expor, bem se pode ver porque se precinde da existencia material das unidades de volume.

Que fará você para medir o volume de um caixão? de um quarto? de todo corpo de forma semelhante a um caixão?

Que particularidade se nota, quando o corpo é um cubo?

163. Aplicação das unidades de volume. Emprega-se o *metro cubico* para medir os volumes ordinarios, como *o de um quarto*.

O *centimetro cubico*, para os pequenos volumes, como o de *uma caixa pequena* de papelão.

O *decimetro cubico*, para os volumes de tamanho medio, como o de *uma mala*.

Como o *milimetro cubico* é muito pequeno, substitue-se a medição com este pela medição do *pezo*.

NOTA 107. — Noutro lugar veremos unidades não pertencentes ao sistema metrico decimal, porem de frequente aplicação.

Exercicio 99

1. Mencione as unidades de volume.
2. Defina cada uma e mostre as que puder.

3. Quaes as que se não uzam? porque?

4. Porque não são empregadas materialmente as unidades de volume?

5. Diga sobre a serventia de cada uma.

6. Quantos *decimetros cubicos* podem preencher totalmente um metro cubico? quantos *centimetros cubicos* no *decimetro cubico*? quantos *milimetros cubicos* no *centimetro cubico*?

Mostre um destes fatos materialmente.

7. Em que relação, pois, estão entre si as unidades de volume?

8. A medida de um volume é direta ou indireta? porque?

9. Qual será o volume de um sala com 8^m de comprido, 7^m de largo e 5^m de alto? Si as dimensões fossem iguaes a 8^m, qual seria o volume?

10. Um cavalo percorreu 2.000 metros das 6 ás 10 da manhã. Outro fez 1.500 metros das 7 ás 9 $1/_2$. Qual teve mais velocidade?

Exercicio 100

1. Leia completando:

1^{mc} = ...decim. cub. =.....centim. cub. = ...milim cub.

1^{dmc}. =.....centim. cub. =.... milim. cub.

1^{cmc}. =..... milim. cub.

2. Então, o decim. cub., que parte é do metro cubico? o centimetro cubico? o milimetro cubico?

3. Diga, portanto, que unidades reprezentam os seguintes numeros:

0^{m3} 001	0^{m3} 000.001	0^{m3} 000.000.001
0^{m3} 021	0^{m3} 000.201	0^{m3} 000.002.001
0^{m3} 321	0^{m3} 500.201	0^{m3} 340.002.001

4. Quantos algarismos á direita de m^3 ha uma fração em decim. cub ? em centim. cub? em milim. cub?

5. Um terreno de 355 ^{m2}, tem 10^m de frente.

Quantos de fundos?

6. O decim. cub. é $^1/_{10}$ do mc.? porque?

Proponha-se questão analoga para o centim. e o milim. cubicos.

7. $^1/_{1\cdot000}$ do m. c. que unidade é? $^1/_{1\cdot000\cdot000}$? $^1/_{1\cdot000\cdot000\cdot000}$?

8. $^1/_2$ m. c. quantos decim. cub.?

9. Chama-se *estere* (*) o m. c. para medir madeira.

Uza-se de um multiplo—*decastere* e um submultiplo—*decistere*.

Que quer dizer *decastere? decistere? estere?* para que servem estas unidades. ?

10. Um armazem com 20^m de comprido, 10^m de largo e 8^m de alto, quantas caixas de petroleo pode conter, si cada uma tem 0^m 75 de comprido, 0^m 25 de largo e 0^m 50 de alto?

Exercicio 101

1. Em virtude do que você aprendeu no exercicio anterior, pode responder ao seguinte:

Que reprezenta a 1ª. seção de 3 algarismos á direita de m^3? a 2.ª? a 3ª.?

(*) Abreviatura—*st*.

2. Leia:

2^{m3} 001	0^{m3} 005	0^{m3} 000.000.002
8^{m3} 012	10^{m3} 104	0^{m3} 000.145
2^{m3} 037.452	0^{m3} 000.001	0^{m3} 000.141.207
11^{m3} 141.205	0^{m3} 000.012	1^{m3} 490.583.740

3. Dada uma fração do metro cubico, que fará você para lêr essa fração? que denominação uzará si houver só uma seção de 3 algarismos á direita de m.^{3}? duas seções? tres seções?

4. Quando uma seção não for completa, você poderá supor que os algarismos que lhe faltam, são zeros que se suprimiram á direita para simplificar a fração (*onde já viu couza semelhante?*) Assim, restauram-se esses zeros e teremos os cazos acima.

Leia, pois, o seguinte:

3^{m3} 5 0^{m3} 45 0^{m3} 000.3 0^{m3} 002 36

5. Subentenda os zeros mentalmente e leia:

0^{m3} 1 0^{m3} 04 0^{m3} 000.1

6. Um trabalhador foi contratado para cavar um pôço á razão de $700 por metro cubico. Tendo feito apenas 3^{mc} e 8^{dmc} quanto deve receber?

Exercicio 102

1. Escreva, uzando da abreviatura *mc* ou *m* ^{3}:

um metro e um decimetro cubicos
dois metros e dois centimetros cubicos
tres metros e cinco milimetros cubicos

vinte e cinco decimetros cubicos
trinta e um centimetros cubicos
onze milimetros cubicos
dôze mil setecentos vinte e um centimetros cubicos
vinte mil trezentos e quatro milimetros cubicos

Você, que já sabe escrever as frações decimaes, escreverá facilmente os numeros acima, pois a regra é a mesma: *escrever primeiro o numerador e dar depois o denominador assim:*—si a denominação dada é decim. cub., separar uma seção de 3 algarismos á direita de m³; si é centim. cub., separar duas seções, de 3 algarismos cada uma, etc.

2. Uma costureira precizava de 7ᵐ de fazenda de 0ᵐ55 de largura; e achou da mesma fazenda, mas com 0ᵐ80 de largura. Quantos metros deve comprar?

3. Escreva em algarismos:

dois esteres	meio decastere
dois decasteres	meio decistere
tres decisteres	meio estere

4. Escreva em algarismos, uzando *m³ ou* mc.: meio metro cubico; meio decimetro cubico; meio centimetro cubico; um metro cubico e um quarto; dez metros cubicos e um quinto.

As frações deverão ter o numero completo de algarismos.

5. Um pedreiro trabalhava na construção de um muro á razão de 2$500 por metro cubico.

No fim do dia mede o trabalho e acha:—comprimento 2ᵐ 5;—largura 0ᵐ40;—altura 1.ᵐ Quanto deve receber?

164 Unidades de volume para liquidos e cereaes, denominadas **unidades de capacidade.**

Unidade principal—o litro (abreviatura l).

MULTIPLOS:

Decalitro (Dl) = 10 litros (10^1)
Hectolitro (Hl) = 10 decalitros = 100 litros
Kilolitro (Kl) = 10 hectolitros = 1.000 litros
Mirialitro (Ml) = 10 kilolitros = 10.000 litros

SUBMULTIPLOS:

Decilitro (dl) = $^1/_{10}$ do litro (0,1 l)
Centilitro (cl) = $^1/_{10}$ do decilitro = $^1/_{100}$ do litro
Mililitro (ml) = $^1/_{10}$ do centilitro = $^1/_{1.000}$ do litro

Em outro lugar veremos outras unidades, não pertencentes a este sistema, mas em voga.

165. Definições. O litro é um cilindro da capacidade de um decimetro cubico.

O litro é o proprio decimetro cubico, apenas adaptado ao fim para que foi escolhido.

As demais unidades são definidas pelos seus valores, como acontece com as lineares.

166. Aplicação. O litro é a unidade para medir os volumes comuns dos liquidos e dos cereaes. Por ex. *um barril de vinho*, ou *um paneiro de farinha*.

Os multiplos, com exceção do *mirialitro* e o *kilolitro* que não uzados, não são portáteis em razão do tamanho; são utilizados para depozito.

Os submultiplos, salvo *militro*, por ser muito pequeno, são uzados principalmente no retalho.

Entre nós os cereaes se medem pelo pêzo.

Alem das unidades mencionadas, o uzo admitiu mais os *duplos* e *metades* :

meio hectolitro	*meio* litro
duplo decalitro	*duplo* decilitro
meio decalitro	*meio* decilitro
duplo litro	*duplo* centilitro

meio centilitro

Exercicio 103

1. Mencione as unidades de capacidade, definindo-as ao mesmo tempo.

2. Diga sobre a serventia deias.

3. São materiaes ou subjetivas?

4. Escrêva cada uma uzando da abreviatura correspondente e depois, com a abreviatura comum $-l$.

5. Escrêva, uzando da notação decimal e da abreviatura l:

um e meio litro, um decalitro; um e meio decalitro; dois e meio decalitros, um litro e um quarto, tres decalitros e um quinto; quatro hectolitros e meio;

quatro decilitros; oito centilitros, cinco decilitros; vínte e cinco centilitros; meio decilitro; um quarto de litro; meio litro.

6. Preciza-se de um caixão para arrumar 100 caixinhas de candieiros, cada uma das quaes tem 1 dm^2 de baze e 0^m30 de altura. No comprimento do caixão devem ser arrumadas 10 caixinhas e na largura, 2. Que dimensões deve ter o caixão?

7. Que é mais—um litro ou 1 dmc. ?

8. 1 dl. quantos dmc. ?

9. Um proprietario pretende revestir com azulejos a rente de um edificio, que tem 8^m sobre 5^m. Aprezenta

uma porta com 4^m sobre 1^m2; quatro janelas, cada uma com 3^m sobre largura igual á da porta. Cada azulejo é um decimetro quadrado. Quantos azulejos?

Exercicio 104

1. Escrêva em algarismos e com a abreviatura *l*, e explique:

quatorze decilitros; cento e quatro centilitros; vinte e cinco decilitros; cento e cincoenta centilitros.

2. Leia completando:

$1m^3$	=	......	litros.	
1l.	=	......	do m. c	
1l.	=	......	centimetros	cubicos
0^l1	=	......	«	«
0^l01	=	......	«	«
0^l5	=	......	«	«

3. Um lote de caixas de querozene com 50 caixas no comprimento, 10 na largura e 20 na altura. Quantas caixas?

4. 1.500 litros, quantos decimetros cubicos? quantos metros cubicos?

5. A medida com as unidades de capacidade é direta ou indireta?

6. Em que relação estão entre si estas unidades?

7. Vai-se mandar uma caixa para a Barra do Corda. Ela tem as dimensões—2^m, 1^m5 e 0^m5. O frete é calculado na razão de 1$500 por 300 dmc. Quanto é o frete?

167. Unidades de pezo. Unidade principal— o gramo (abrev. g.).

MULTIPLOS:

Decagramo (Dg) = 10 gramos (10 g).
Hectogramo (Hg) = 10 decagramos = 100 gramos.
Kilogramo (Kg) = 10 hectogramos = 1.000 gramos.
Miriagramo (Mg.) = 10 kilogramos = 10.000 gramos.

SUBMULTIPLOS:

Decigramo (dg) = $^1/_{10}$ do gramo (0 g 1)
Centigramo (cg) = $^1/_{10}$ do decigramo = $^1/_{100}$ do gramo.
Miligramo (mg) = $^1/_{10}$ do centigramo = $^1/_{1.000}$ do gramo

O uzo admite mais os duplos e metades das unidades mencionadas. Quaes são esses pezos?

168. Definições. Destilou-se a agua, reduziu-se á temperatura de 4 graus centigrados, e o pêzo de um centimetro cubico dessa agua num espaço sem ar, é o que se denominou *gramo*. Assim, o

Gramo é o pêzo de um centimetro cubico d'agua destilada, na temperatura de 4 graus centigrados e no vazio.

As demais unidades se definem como as lineares. Dê, pois, a definição de cada uma.

169. Aplicações. Como o gramo é muito pequeno, para se avaliarem os pezos comuns, o uzo admitiu o *kilogramo* (ou *kilo*, segundo o linguajem vulgar), para unidade de pezo.

O gramo e seus submultiplos são uzados nas farmacias.

Exercicio 105

1. Como se determinou o gramo?
2. Como define o gramo?
3. Diga sobre a aplicação das unidades de pêzo.

4. São empregadas materialmente ou subjetivamente?

5. Mostre a notação de cada uma uzando das abreviaturas correspondentes e em seguida com a abreviatura *g*.

6. Preciza-se de um caixão capaz de conter 650 decimetros cubicos, tendo no fundo 0^m40 sobre 0^m15. Que altura deve ter o caixão?

7. Leia e explique:

5g5	1g03	0g004
2Dg5	6Kg03	0g016
6Hg1	3Dg08	0g124

8. Escrêva em algarismos:

um e meio gramo
dois kilogramos e meio
quatro decigramos
oito centigramos
tres miligramos
meio decigramo
meio centigramo
dois miligramos.

9. 1 litro de leite custa $800. Quanto custam 6 litros e 3 duplos decilitros?

Exercicio 106

1. Quantos kilos são 7450 gramos? porque?

2. Reduza a kilos imediatamente o n. 106.305 gramos.

3. Quantos gramos são 180 centigramos? 520 centigramos? 700 miligramos?

4. Um operario recebeu 120$ por ter feito 25 ^{m3} e 6 ^{dm3} de uma obra. Quanto custou o m. c.?

5. $^1/_2$ k (k é abreviatura de kilo) quantos gramos tem? $^1/_4$? $^1/_5$? $^1/_{10}$? $^1/_{100}$? porque?

6. Um gramo que parte é do kilo?

7. Leia em linguajem comum:

5k005	1k010	2k050	1k200
0k500	0k750	1k250	0k5
0k1	0k25	0k75	0k2

8. Escreva uzando da abreviatura *k*:

tres kilos e duzentos gramos
um kilo e quarta
dez kilos e meio
um kilo e tres quartas
meio kilo
quatrocentos gramos.

9. 1 litro d'agua distilada quantos gramos peza?

10. 20l50 de oleo custaram 15$000. Quanto custou o litro?

Exercicio 107

1. Some:

43l5	0l05	9l66
40k5	71k55	0k280
4m	4Dm5	10Km85

oito kilos; quatro kilos e meio tres quartas de kilo;
meio metro; tres quartas de metro; um metro e quarta;
dois kilos e duzentos gramos; sete kilos e cem gramos; tres kilos e quarta.

2. Gastaram-se 10 paneiros de cal e uma carrada de terra na construção de um metro cubico de um muro. Quantos paneiros de cal e quantas carradas de terra para tecer um pedaço de muro, do qual são as dimensões 1^m20, 0^m5, 1^m03?

3. Subtraia:

De 7 kilos, 850 gramos;
« 10 kilos e meio, 1 kilo e 600 gramos;
« 4^m78, um metro e oitenta;
« $1G^l5 + 8Dl5$, tres litros e cinco centilitros.

4. Mediu-se um barril de vinho e verificou-se que continha 150^l. Qual o volume?

Exercicio 108

1. Calcule:

3^m5 á razão de \$750 o metro;
10 kilos e 200 gramos a 1\$500 o kilo;
6^l e um quarto a \$180 o litro;
3^g4 a 1\$200 o gramo;
1,25 de 404^m18.

Qual a regra para cada um exemplo acima?

2. Uma garrafa contem 30 gramos d'agua distilada. Qual o seu volume? porque?

3. Leia, mudando a unidade indicada para a de volume correspondente, os numeros seguintes: 140g; 1200l; 1^{mc}. Explique.

4. O volume de um garrafão é 1800 centimetros cubicos. Quantos litros pode conter? porque?

5. A medida pelo pezo é direta ou indireta?

6. As unidades de pezo medem *superficies*, volumes ou comprimentos?

7 Um lavrador de cana preciza de encher quatro pipas de aguardente, cada uma das quaes mede 4 ^{mc} 5. Quantos litros marcará em cada uma ?

8. Despejou-se um copo cheio d'agua num copo graduado e verificou-se 50 gramos. Qual é a capacidade do copo ?

9. Um litro d'agua peza, mais ou menos, um kilo. Pezou-se a agua contida numa garrafa e verificou-se o pezo 450 gramos. Qual a capacidade da garrafa, aproximadamente ?

Exercicio 109

1. 12k750 de café foram vendidos por 16$. Quanto custou o kilo ?

2. Divida:

70 ^{m} 5 por 2 ^{m} 25
48 k por 24 g 5
490 k 100 por 54
306 ^{l} 25 por 8
6 ^{mc} 5 por 4·

3. Que quantidade de café se pode comprar com 12$500 á razão de $650 o kilo ?

4. Como se grafam em algarismos as quantidades expressas em unidades do sistema metrico decimal ?

5. A que regras obedece o calculo com quantidades expressas em unidades do sistema metrico decimal ?

6. Quanto custam 2 k 200 de assucar a $500 o kilo ?

7. Que unidades de capacidade correspondem exatamente a unidades de pezo ? Explique.

8. Qual é das unidades do sistema metrico decimal a que serviu de baze para as outras ?

Adiante encontrar-se-á uma seção especial para unidades monetarias.

SEÇÃO VI

Metodo "Redução á Unidade"

I

Exercicio 110

Problema chamado «regra de tres»

1. Qual o custo de 3^{m} de uma flanela, si 5^{m} custaram 7$300 ?

Uze do seguinte raciocinio, que você completará:
Para eu saber o custo de 3m, precizo de conhecer o custo de ....Ora, si 5m custaram........., 1m custa 7$500: ....., ou .... Si 1m custa ......, 3m custam 3 × .... ou ......

2. Repita o raciocinio, rezolvendo as questões abaixo:

a. A ganhou 103$000 numa semana. Quanto ganharia numa quinzena?

Formule por si mesmo um problema semelhante.

b. Si 3^{m}5 de uma renda se venderam por 1$800, quanto custaram 2^{m}?

3. Quaes as operações com que se rezolveram as questões precedentes?

4. Rezolva novamente a questão *b*, deixando, porem, indicadas as operações que tiver a fazer.

5. Mistirou-se agua comum com vinagre para encher um volume de 2^{mc}5. Sabe-se que a mistura continha $^{3}/_{4}$ partes de vinagre e $^{1}/_{4}$ d'agua. Quantos litros d'agua tinha a mistura?

Outra especie de regra de tres

Exercicio 111

1. Si 2 operarios fazem um serviço em 5 dias, um só operario—quantos dias gasta para fazer o mesmo serviço?

2. 10 trabalhadores abriram uma vala em 30 dias. Um só trabalhador—quantos dias precizaria para fazer o mesmo serviço?

Formule questão semelhante.

3. Quando o numero de operarios se torna 2, 3, 4....vezes maior ou menor, que acontece ao tempo necessario para se fazer o mesmo serviço?

4. Si uma pessôa, trabalhando sozinha, faz um serviço em 12 dias, na *metade*, num *terço*, num *quarto* do tempo, quantas pessôas podem fazer o mesmo serviço?

5. Que acontece ao numero de trabalhadores, quando o tempo se torna 2, 3, 4....vezes maior ou menor?

6. Em quantos dias 5 operarios podem fazer uma obra, sabendo-se que 2 operarios fizeram-na em 7 dias?

Completando, exponha assim:

Para eu saber quantos dias gastam os 5 operarios, precizo de saber quantos dias gasta.....Ora, si 2 operarios gastam....., um operario gastaria.... Si um operario gastaria....., 5 operarios devem gastar 5 vezes menos tempo, i. é, $\frac{2 \times 7}{5}$ dias.

7. Repita o raciocinio rezolvendo esta questão:

Um lavrador tinha comida para 30 trabalhadores durante 10 dias. Alugou mais 5 homens. Para quantos dias dá a comida?

11

Regra de tres composta

2^m de uma fazenda de 50^{cm} de largura custam 3$200. Quanto custam 5^m de 60^{cm} de largura?

Diga do modo seguinte:

Para eu saber quanto custam 5 ^{m} de 60 ^{cm} de largura, é precizo saber quanto custa 1^{m} de 60^{cm} de largura, e para eu saber quanto custa 1^{m} de 60^{cm} de largura, é precizo saber quanto custaria 1^{m} de 1^{cm} de largura.

Ora, si 2^{m} de 50^{cm} de largura custam 3\$200, 1^{m} deve custar 3\$000 : 2 ou $\frac{3\$200}{2}$; *e se 1^{m} de 50^{cm} de largura custa* $\frac{3\$200}{2}$, *1^{m} de 1^{cm} de largura custaria* $\frac{3\$200}{2} : 50$ *ou* $\frac{3\$200}{2 \times 50}$ *(que regra aplica?). Si 1^{m} de 1^{cm} de largura custaria* $\frac{3\$200}{2 \times 50}$, *1^{m} de 60^{cm} de largura custa* $60 \times \frac{3\$200}{2 \times 50}$ *ou (que regra aplica?)* $\frac{60 \times 3\$200}{2 \times 50}$; *e se 1^{m} de 60^{cm} de largura custa* $\frac{60 \times 3\$200}{2 \times 50}$, *5^{m} devem custar*

$$5 \times \frac{60 \times 3\$200}{2 \times 50} \text{ ou } \frac{5 \times 60 \times 3\$200}{2 \times 50}.$$

Faça raciocinio analogo, rezolvendo a seguinte questão:

Uma duzia de taboas de 6 ^{m} de comprimento e 40^{cm} de largura, custou 30\$000. Quanto custariam 8 taboas de 4^{m}5 de comprimento e 25^{cm} de largura.

170. Observe que nas questões de que temos tratado, as quantidades variam, ora *na mesma razão*, ora, *na razão inversa.*

Dê um exemplo de duas grandezas variando na mesma razão. Dê outro de duas grandezas variando na razão inversa.

No primeiro cazo, elas dizem-se **diretamente proporcionaes**, ou, simplesmente, **proporcio-**

naes; no segundo, **inversamente proporcionaes**.

Que são grandezas diretamente proporcionaes? inversamente proporcionaes?

Conseguintemente, quando as suas grandezas são *diretamente proporcionaes*, o problema diz-se **regra de tres direta**; quando *inversamente proporcionaes*, **regra de tres inversa**.

Mencione dos problemas dados um que lhe pareça uma *regra de tres direta* e outro que seja uma *regra de tres inversa*.

Que é regra de *tres* direta?

Quando uma regra de tres é inversa?

111

Regra de juro

171. Si você possuir uma caza e esta seja ocupada por um terceiro, é justo que essa pessôa lhe pague alguma couza por se servir da caza.

Assim tambem, si você emprestar uma quantia a alguem, é justo que lhe pague algo por se servir do seu dinheiro.

Quer uma, quer outra couza, é um *rendimento* que você aufere. Si é da caza, chama-se *aluguel*; si do dinheiro emprestado, diz-se *juro*. E o valor da caza, ou o do emprestimo, chama-se *capital*. Portanto:

Que é capital? que é juro?

Assim como para se determinar o custo de 2m de uma fazenda, por ex., é necessario saber o custo da unidade, que é 1m, assim tambem para se determinar o juro de um capital, é precizo que seja dado o juro de um *capital-unidade*. Este é 100, i. é, *100* réis, 100 *francos*, etc., conforme a unidade monetaria de que se tratar.

O juro de 100 conveneiona-se: pode ser *um real, um franco*, etc., e tambem multiplos ou frações das respetivas unidades. A expressão *cinco por cento*, por ex., (notação — 5 %), quer dizer que *cinco* é o juro de *cem*.

O juro de 100 denomina-se *taxa do juro*.

Qual é o capital-unidade?

Prove a necessidade que se tem dêle.

Que é taxa do juro?

Que quer dizer 3 %? 3 ½ %? 3,5 %? 1 ½ %? 0,2 %? cento por cento?

Que quer dizer — F. perdeu 10 % no seu negocio?

172. No que segue, veremos como determinar o juro.

Qual é o juro de 150$ a 6 %?

Isto é o mesmo que dizer: — *Si 100 reis ganha* 6 *reis, quanto ganha* 150$?

Raciocinando como na rezolução dos problemas antecedentes:

Para eu saber quanto ganha 150$, precizo de quanto ganha *um real*.

Si 100 reis ganha....., um real ganha 6:100 ou $\frac{6}{100}$ *(que regra aplicou você aqui?)*.

Si um real ganha $\frac{6}{100}$, *dois, tres, quatro*, etc., *réis*, ganham *duas, tres*, etc *vezes* $\frac{6}{100}$. Logo 150$ ganham

$150.000 \times \frac{6}{100} = \frac{150.000 \times 6}{100}$ *(que regra você aplicou aqui?)*.

Tipo de calculo

150.000
6

Resposta — 9$000,00

Faça identico raciocinio, rezolvendo o problema seguinte:

Qual o juro de 410$ a $3\,^1/_2\,^0/_0$?

Proponha por si mesmo um problema semelhante.

Repare as operações que ha feito para achar o juro nos cazos acima e diga de modo geral como determinou o juro

173. Suponha *c* reprezentando um *capital*, *i*, a *taxa* e *j* o juro. O que você acaba de dizer, pode escrever assim:

$j = \frac{c \times i}{100}$ ou, simplesmente, $j = \frac{ci}{100}$, porque *ci* é o mesmo que $c \times i$.

$j = \frac{ci}{100}$ chama-se FORMULA, i. é, *a expressão da formação da* quantidade *j*.

174. Mas um emprestimo é feito sob a condição de pagamento no fim de um prazo convencionado e assim, o juro, como o aluguel de uma caza, varia de acordo com o tempo.

Quando não se faz menção do tempo, como nos problemas precedentes, fica subentendido que o juro é devido na *unidade de tempo*.

Assim, $\frac{ci}{100}$ sendo o juro de *c* na unidade de tempo, no tempo *t*, a expressão do juro será

$j = \frac{ci}{100} \times t$ ou $j = \frac{cit}{100}$, *(que regra aplicou você?)*

Na formula $j = \frac{cit}{100}$ você lê o seguinte, que deve ter de memoria, assim como a mesma formula:

175. O juro *é igual ao capital multiplicado pela taxa e pelo tempo, e dividido por 100.*

Procure obter a formula $j = \frac{cit}{100}$.

Como se forma o juro ?

176. A *unidade de tempo*, nestes cazos, costuma ser o *ano*; e como t reprezenta não só numero de anos, como tambem *mezes* e *dias*, procuremos formulas que você possa aplicar imediatamente nesta ou naquela hipoteze.

a. Suponha t = *numero de anos.*

Neste cazo t é um numero inteiro, que ora reprezentamos por *n*.

A formula $j = \frac{ci}{100} \times t$ se torna em

$$j = \frac{ci}{100} \times n \text{ ou } j = \frac{cin}{100} \qquad (a)$$

b. Suponha t = *numero de mezes (n mezes).*

Quando se considera o ano como unidade de tempo, *um mez* se exprime por $^1/_{12}$. Logo *n* mezes será por $^n/_{12}$. Então a formula $j = \frac{ci}{100} \times t$ se torna em

$$j = \frac{ci}{100} \times \frac{n}{12} \text{ ou } j = \frac{cin}{1200} \quad (b)$$

Que regra aplicou ?

c. Suponha t = *numero de dias (n dias).*

De acordo com o que já dissemos, um dia se reprezenta por $^1/_{365}$ (*porque ?*). Logo *n* dias será por $^n/_{365}$. Assim, a formula $j = {}^{ci}/_{100} \times t$ se torna em

$$j = \frac{ci}{100} \times \frac{n}{365} \text{ ou } j = \frac{cin}{36500} \quad (c)$$

Portanto, como se forma o juro :

quando o tempo é dado em anos ?
quando é dado em mezes ?
quando em dias ?

Procure obter as tres formulas de que acabamos de falar.
Reproduza de memoria as mesmas formulas.

Simplificação

177. Tomemos a formula $j = {}^{cin}/_{100}$.

Podemos escrevel-a sob a forma—$j = {}^{c}/_{100} \times in$ (*por qual principio ?*); ou, em outros termos:

j = 0,01 do capital × a taxa × o tempo. (*d*)

Tomemos $j = \frac{cin}{1200}$.

Podemos escrevel-a sob esta forma :

$$j = \frac{c}{100} \times \frac{in}{12} = 0{,}01 \text{ de } c \times \frac{in}{12} = \frac{0{,}01 \text{ de } c \times in}{12}$$

i. é :

j = 0,01 do capital × a taxa × o tempo e dividido por 12. (*e*)

Tomemos $j = \frac{cin}{36500}$

Podemos escrevel-a sob a forma $j = \frac{c}{100} \times \frac{in}{365} =$

$0{,}01 \text{ de } c \times \frac{in}{36500}$ ou, finalmente,

$$\frac{0{,}01 \text{ de } c \times in}{365}$$

i. é :

j = 0,01 do capital × a taxa × tempo e dividido por 365. (*f*)

Você deve ter de memoria as formações do juro para poder determinal-o imediatamente, de acordo com a hipoteze. Repare que todas elas teem igual a primeira parte: *j = 0,01 do capital × a taxa × o tempo*; a diferença só está no divizor.

Aplicação.—a) Determinar o juro de 230$480 a 3 % em 2 anos.

	Tipo de calculo
0,01 do capital	2304800
× a taxa	3
	6912
× o tempo	2
	13824

R. : j = 13$824.

NOTA—108. Despreza-se desde principio a fração 0,80 do real por ser inapreciavel; o mesmo não se daria, si fosse de outra unidade monetaria.

b) Determinar o juro de 43$275 a $2\,^1/_2$ % ao ano, em 5 mezes.

	Tipo de calculo
0,01 do capital	43275
× a taxa	2,5
	2160
	864
	10800
× o tempo	5
: 12	5400 | 12
	060 450
R.: j = $450.	0

Proponha um problema de juro para você aplicar a formula (*f.*)

Procure deduzir as tres formulas cuja *aplicação se acabou de fazer.*

Divizores fixos.

178. Retomemos a formula $j = 0{,}01 \text{ de } c \times \frac{in}{12}$.

Suponha-se a taxa i um fator de 12, por ex., $i = 3$.

Teremos: $\frac{in}{12} = \frac{3n}{12} = \frac{n}{4}$ *(como se acha isto?)*

Assim, em vez de $j = 0{,}01 \text{ de } c \times \frac{in}{12}$, vem:

$$j = 0{,}01 \text{ de } c \times \frac{n}{4}, \text{ ou } j = \frac{0{,}01 \text{ de } c \times n}{4} \quad (g)$$

Proceda assim para achar as formulas correspondentes a:
$i = 2$ $i = 3$ $i = 4$ $i = 6$ $i = 12$

179. Retomemos tambem a formula

$$j = 0{,}01 \text{ de } c \times \frac{in}{365}.$$

Seja a taxa i um fator de 365; $i = 5$, por ex.

Teremos: $\frac{in}{365} = \frac{5n}{365} = \frac{n}{73}$.

Assim, em vez de $j = 0{,}01 \text{ de } c \times \frac{in}{365}$, vem:

$$j = 0{,}01 \text{ de } c \times \frac{n}{73}, \text{ ou } j = \frac{0{,}01 \text{ de } c \times n}{73} \quad (h)$$

Reproduza esta questão.

Aplicação.— Determinar o juro de 7$504 a 6 % ao ano em 5 mezes.

Tipo de calculo.

0,01 do capital	7.504
$\times$ *o tempo*	5
$: 2 \left(\frac{6n}{12} = \frac{n}{2}\right)$	375 | 2
	111 187
Resposta — $187	00

Determine assim o juro de 33$741 a 5 °/₀ ao ano em 18 dias.

180. Como você nota, o calculo se torna mais simples, porque se suprime um fator, que é a *taxa*, e o divizor fica menor. Este é encontrado dividindo-se 12 ou 365 pela taxa, e é o que se chama **divizor fixo**.

Assim, tenha de memoria:

181. *Quando o tempo é dado em mezes ou dias, e a taxa é um fator de 12 ou 365, o juro é igual a 0,01 do capital multiplicado pelo tempo e dividido pelo divizor fixo?*

Como acha você o divizor fixo ?

Formação do capital, da taxa e do tempo

182. Tomemos a formula $j = \frac{cit}{100}$.

Dela se deduz $100j = cit$ (*por qual principio ?*)

depois $100j = c \times it$ id.

donde $c = \frac{100j}{it}$ id.

Que é 100 j ? it ?

Qual é, pois, a formação de *c* ?

Proceda de modo semelhante para descobrir a formação de *i* e *t*. Você encontrará:

$$i = \frac{100j}{ct} \qquad t = \frac{100j}{ci}$$

Traduza depois estas formulas.

Aplicação.—*a*. Em 1 $^1/_2$ ano certo capital a 6 $^0/_0$ ao ano, produziu de juro 37$400. Qual foi esse capital ?

b. O capital de 143$ em $^1/_4$ do ano deu de juro 12$. Qual foi a taxa?

c. 130$ a 5 $^0/_0$ ao ano deu 12$. Qual foi o tempo ?

NOTA 109 — De $j = cin/1200$ e $j = cin/36500$, você procurará tambem deduzir as formações de c, i, n.

183. Outros muitos problemas são rezolvidos com formulas de juro, capital e taxa. Exs.:

a. A frequencia media de uma escola é 75 % da matricula ou 46 alunos. De quantos alunos era a matricula?

Que formula aplica você neste cazo?

b. A frequencia media de uma escola era 50 alunos e a matricula era de 61 alunos. De quantos por cento da matricula era a frequencia?

Que formula aplica você aqui?

c. O café verde, em se torrando, perde uns 20 % do seu pezo. Quanto perdem 18 ½ kilos?

Que formula aplica você?

184 Convem muito na pratica saber o seguinte.

Seja c um capital e a taxa $i = 1$ (do tempo faz-se abstração). Tem-se:

$$j = \frac{c \times 1}{100} = \frac{c}{100} = 0,\ 01 \text{ de } c.$$

Que quer dizer 0, 01 de c?
Como se divide um numero por 100?

Tenha de memoria:

Para se ter o juro, quando a taxa é 1 %, basta cancelar dois algarismos á direita do capital.

Qual é o juro de 5$630 a 1 %?

185. Suponha $i = 2$; ; 5; 10; 20; 25; 50.

Proceda como viu acima e chegará, observando os rezultados, ás seguintes concluzões:

Para se determinar o juro, basta:

a) quando $i=2$, cancelar o algarismo á direita do capital e dividir o resto do numero por 5.

b) quando $i=5$, cancelar o algarismo á direita do capital e tomar a metade do resto do numero.

c) quando $i=10$, cancelar o algarismo á direita do capital.

d) quando $i=25$, dividir o capital por 4.

e) quando $i=50$, tomar a metade do capital.

186. Quando $i=\frac{1}{2}$ ou 0,5 %; $\frac{1}{3}$ %; $\frac{1}{4}$ ou 0,25 %; $\frac{1}{5}$ ou 0, 2 %; etc.; calcule primeiro o juro a 1 % e tome deste a *metade*, um *terço*, um *quarto*, etc.

Exercicio 112

Calcule mentalmente o juro de:

100$	a	1 %	25$	a	10 %	28$	a	2 %
60$	«	$\frac{1}{2}$%	200$	«	50 %	150$	«	$\frac{1}{4}$%
500$	a	0,1 %	150$	a	4 %	211$	a	5 %
306$	«	20 %	483$	«	25 %	315$	«	0,2 %

Proponha por si mesmo outras questões analogas.

IV

Desconto

187. Uma conta de 324$ foi paga com o desconto de 20 %. Em quanto montou o desconto?

Isto é o mesmo que: Si em 100 rs. se descontou 20 rs., quanto se descontou em 324$?

O raciocinio já é de você conhecido. Faça-o e chegará ao seguinte rezultado: 324$000 × 20 : 100, que por seu turno, se torna em 324$000 × 1/5.

Tipo de calculo

```
324000 | 5
0240     64$800
 00
```

Que diferença entre o calculo do desconto e o do juro?

Suponha ser um negociante que, vendendo uma consignação de farinha, apurou **104$500**. A sua comissão é 5 %. Quanto remete você ao seu consignatario?

Sendo dada a soma do capital e juro, determinar o capital ou juro

188. A soma de um capital e juro de 2 % é **102$300**. Qual foi o juro?

Raciocine assim:

Juro de 2 % é o mesmo que 0,02 do capital.

Assim, a soma do capital e juro é formada do capital mais 0,02 dêle, ou 102 centezimos ao todo. Ora, si 102$300 são 102 centezimos do capital,

$$0{,}01 \text{ do capital} = \frac{102\$300}{102}$$

$$\text{e o juro} = \frac{102\$300}{102} \times 2 = \frac{102\$300 \times 2}{102}$$

Tipo de calculo

```
102$300
      2
-------
204600 | 102
000090   2 005
```

Resposta—2$005

Qual foi o capital?

Raciocine assim, rezolvendo a seguinte questão:

Certa mercadoria, calculada com 10 %, devia ser vendida por 8$500. Quanto custou?

Juro capitalizado

189. Juro capitalizado é o juro feito capital.

Um exemplo:—*Seja capitalizar os juros de 150$ a 6 % ao ano em 3 anos.*

1º. ano.

0,01 *de c.....*	150000
× *a taxa*	6
j = ...	9000

2º. ano.

c = 150 + 9$ = 159$.

0,01 de c = . .	159000
× *a taxa*	6
j = ...	9540

3º. ano

c = 159$ + 9$540 = 168$540

0,01 de c	168$540
× *a taxa*	6
j = ...	10110

Total: 168$540 + 10$110 = 178$650

Como você vê, no fim da unidade de tempo o juro se reune ao capital, para tambem vencer juro; logo foi feito tambem capital, ou *capitalizado.*

O juro capitalizado tambem se chama *juro composto* e o juro não capitalizado—*juro simples.*

NOTA 110. – Não está nos limites do nosso trabalho o estudo completo da formação do juro composto. Por isso, contentamo-nos com a noção que acabamos de dar, e mais umas questões sobre o juro da Caixa Economica, porque estas interessam geralmente.

Quando se diz que o juro é capitalizado ?
Que outro nome se dá a este ?
Quando se diz que o juro é simples ?

190. Caixa Economica. Como se sabe, a Caixa Economica recebe desde 1$ até 4:000$ a 5 % ao ano. O juro é contado do dia seguinte ao em que se faz o depozito, e capitalizado no fim de cada semestre. As retiradas podem ser de 1$ ou multiplos desta quantia.

Problema 1.º A depozitou na Caixa Economica 30$ em 10 de Março. Quanto terá de juro no fim do semestre?

De 11 de Março a 30 de Junho contam-se:

21 dias de Março + 30 dias de Abril + 31 dias de Maio + 30 dias de Junho ou 112 dias.

E' claro, pois, que se trata de determinar o juro de um capital de 30$ a 5 % em 112 dias.

Qual é a formula aplicavel ao cazo?

	Tipo de calculo
0,01 de c	30000
$\times n$	112
: 73	33600 | 73
j = $460.	0442 $460
	00

Determine o juro de 54$ na Caixa Economica durante o 1º semestre.
Quantos dias tem o 1º semestre ?

Si o ano fosse bisexto, por que numero multiplicaria você o capital ?

Si o juro em questão fosse relativo ao 2º semestre, por que numero seria multiplicado o capital ?

Problema 2.º Suponha agora que se quer saber o juro daquela mesma entrada, vencido até 30 de Setembro.

No 2º. semestre o capital é 30$ + $460 = 30$460.

O tempo é: 31 dias de Julho + 31 dias de Agosto + 10 dias de Setembro ou 72 dias.

Tipo de calculo

0,01 de c	30460
$\times n$	72
	608
	2128
: 73	21888 | 73
j = $299	07211 | $299
	076
	0

Problema 3.º A depozitou na Caixa Economica 300$ em 18 de Abril; retirou 100$ em 20 de Setembro. Quanto tem de juros em 31 de Dezembro.

No 1.º semestre, n = 12 dias de Abril + 31 dias de Maio + 30 dias de Junho ou 73 dias. Logo

Tipo de calculo

0,01 de c $\times$ 73 : 73 300000

No 2.º semestre, c = 300$ + 3$ = 303$ até 20 de Setembro.

Até essa data, n = 31 dias de Julho + 31 dias de Agosto + 20 dias de Setembro ou 82 dias.

0,01 de c 303000
× n 82

606
2424 248460

Não façamos ainda a divizão por 73.

De 21 de Setembro a 31 de Dezembro

c = 303$ — 100 = 203$

n = 10 dias de Setembro + 31 dias de Outubro + 30 dias de Novembro + 31 dias de Dezembro ou 102 dias.

Logo 0,01 de c 203000
× n 102

406
2030 207060

: 73

455520 | 73
01790 | 6240
020
0

j = 6$240

Que conveniencia ha em não fazer a 1.ª divizão por 73 ?

NOTA 111.—Pelo modo como é calculado o juro, você compreende a razão de ser o *tempo* contado por *dias* na Caixa Economica Isto tem lugar, mesmo que o semestre seja inteiro.

Exercicio 113

1. Calcular o juro de 104$101 na Caixa Economica durante um ano (2 semestres).

2. A depozitou 40$ na Caixa Economica em 6 de Junho; retirou 15$ em 14 de Agosto; depozitou mais 12$

em 3 de Outubro. Quanto ha de juros e capital no fim do ano ?

Si você possuir caderneta da Caixa Economica, conte os juros do seu depozito.

VI

Divizão proporcional

191. Quando dois ou mais individuos se associam num negocio, é justo que cada um tenha do lucro auferido uma parte porporcional ao seu capital. Do mesmo modo, si houver prejuizo, este deve ser dividido proporcionalmente entre os associados. E' isto que se chama **divizão proporcional** ou **regra de companhia**.

Problema 1. A e B associaram-se—A com 10 contos e B, com 6, durante o mesmo tempo. Ganharam 3 contos. Qual a parte de cada um ?

Raciocine assim :

Para eu saber quanto cabe a A, i. é, a 10 contos, e a B, i. é, a 6 contos, precizo de saber quanto cabe a *um conto*.

Ora, si 10 + 6 contos ganharam 3.000$000, «um conto», ganhou

$$\frac{3.000.000}{10+6}$$

Logo, A tem $\dfrac{3.000.000}{10+6} \times 10$

e B tem $\dfrac{3.000.000}{10+6} \times 6$

Tipo de calculo

3.000.000	16
14280	187.500 × 10 = 1.875.000 .... *A*
0100	187.500 × 6 = 1.125.000 .... *B*
0	*Prova* 3.000.000

NOTA 112.—Aqui convem fazer primeiro a divizão e depois a multiplicação pela razão seguinte: *fazem se somente tres operações* a saber: uma só vez a divizão, visto ser a mesma para os dois cazos, e duas multiplicações. Si fizermos primeiro as multiplicações, teremos de executar *quatro* operações. Quaes serão elas? Alem disso, quando se trata de uma unidade monetaria insignificante, como é o *real*, o resto da divizão pode ser desprezado sem prejuizo das partes

Como acabou de ver, rezolva o seguinte problema:

A, B e C, fundaram uma sociedade.

A entrou com 900$; B, com 500$; C, com 700$ —todos durante o mesmo tempo.

Ganharam 300$. Quanto cabe a cada um?

192. Que metodo se aplicou na rezolução das regras de companhia acima.

De que operações depende geralmente uma regra de companhia?

Qual é o dividendo? o divizor?

Qual é o multiplicando? o multiplicador?

Si, pois, A, B e C forem tres associados; *m*, a entrada de A; *n*, a de B; *p*, a de C; N, o numero a dividir;

qual é o dividendo? o divizor?

qual é o multiplicando? o multiplicador?

Então a parte de A pode-se reprezentar assim:

$$x = \frac{N}{m + n + p} \times m$$

Reprezente a de B e a de C.

193. Não suponha pelo que havemos dito, que a divizão proporcional só tenha lugar no cazo de repartir

lucro ou prejuizo entre associados: ela tem lugar em cazos muito frequentes, como passamos a ver.

a. 3 operarios A, B e C, trabalharam na abertura de uma estrada, ganhando o mesmo salario. A tinha 10 dias de serviço; B, 13 dias; C, 8 dias. Receberam uma nota de 50$ em pagamento. Quanto para cada um?

E' claro que a parte de cada um é proporcional ao numero de dias de serviço. Assim, tem-se a dividir 50$ em partes proporcionaes a 10 dias, 13 dias e 8 dias.

Aplique, pois, a regra.

b. Compraram-se 6 duzias de espelhos de tamanhos diferentes por 80 francos. Quanto custou uma duzia?

Você admitirá que os tamanhos dos espelhos sejam reprezentados por 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Assim, a questão proposta se reduz a dividir 80 francos em partes proporcionaes aos numeros acima.

c. Uma sociedade teve o prejuizo de 570$. Os socios tinham o mesmo capital, porem um tinha um ano na sociedade e outro, ano e meio. Determine a parte de cada um.

Divizão proporcional composta

194. Repare que nos cazos de divizão proporcional, até aqui estudados, o valor de cada parte depende de uma só circunstancia.

Ha problemas taes, em que cada parte depende de mais de uma circunstancia: são os que chamamos **regras de divizão proporcional composta.**

Antes de vermos um desses problemos, responda ao seguinte:

A negociava com o capital de 2 contos de reis durante 3 anos. Com que capital poderia ter o mesmo lucro num só ano?

Que capital num só ano pode produzir tanto quanto o de 10 contos em 5 anos?

Problema de divizão proporcional composta.

A e B associaram-se. A entrou com 10 contos e B, com 6 contos; A tinha 4 anos na sociedade e B, 5 anos. Ganharam 3 contos.

Quanto para cada um?

Tenha em vista reduzir este problema a uma regra de divizão proporcional simples.

Raciocine assim:

O lucro de 10 contos em 4 anos seria o mesmo de 4 × 10 contos num ano;

e o lucro de 6 contos em 5 anos seria o mesmo de 5 × 6 contos num ano.

Desta sorte, o problema proposto é o mesmo que:

Dividir 3 contos em partes proporcionaes a 4 × 10 contos e a 5 × 6 contos:

i. é, uma regra de divizão proporcional simples.

Aplique, pois, a regra, determine a parte de cada socio, e tire a prova.

Depois rezolva este problema:

A, B e C, trabalharam na construção de um predio. A ganhava 2$500 por dia e tinha uma semana de serviço. B, 1$800 por dia e tinha uma quinzena; C, 3$200 por dia e tinha 11 dias. Deu-se-lhes a gratificação de 20$000 para ser dividida entre êles proporcionalmente. Quanto ha de receber cada um?

Quando, pois, você tem a rezolver uma regra de divizão proporcional composta, que é que procura fazer antes de tudo?

SEÇÃO VII

Avaliação de moedas.

195. Você não ignora que nós compramos a outros paizes e estes tambem nos compram, diversas mercadorias, e cada um tem a sua moeda em circulação no seu territorio. Por isso, nem o nosso dinheiro é remetido daqui para êles, nem êles nos remetem os seus, para se fazerem os pagamentos do que um dever ao outro; mas cada qual os faz na sua moeda, èm valor equivalente ao da devida.

Eis porque importa a você conhecer as relações da nossa moeda com as dos paizes que comerciam conosco.

Taes relações dependem da compozição de cada uma. Vejamos, pois, essa compozição.

I

Liga

196. As moedas são feitas de *ouro, prata niquel, zinco ou cobre.*

A experiencia fez conhecer que os objetos de prata ou ouro puros, são pouco duraveis. Por isso é necessario misturar o ouro ou a prata com algum outro metal inferior. Essa mistura chama-se **liga**.

Assim, num objeto de ouro, ou de prata, ha umas tantas partes de ouro ou de prata, com umas tantas de outro metal inferior.

Vejamos como se chega a conhecer essa proporção.

197. Suponha uma liga pezando 200 gramos, sendo

180 gramos de ouro e 20 de cobre. Procuremos exprimir as proporções dos metaes componentes em relação ao pezo total.

Raciocine assim:

Para se saber que parte da liga são 180 gramos, é necessario saber que parte da liga é *um* gramo; mas, *um* gramo é $\frac{1}{200}$ da liga; logo

180 gramos $= 180 \times \frac{1}{200} = \frac{180}{200} = 0,9$ da liga.

Do mesmo modo raciocine para achar que a quantidade de cobre é 0,2 da liga.

198. As frações 0,9 e 0,2, que exprimem as quantidades dos metaes componentes em relação ao pezo total da liga, é que se chamam **titulos** da liga; mas o uzo consagrou o termo para exprimir a proporção do metal fino da liga, porque do metal inferior não se faz menção.

Agora você vai aprender a regra geral para determinar o titulo de uma liga.

199. Considere a fração $\frac{180}{200}$, donde rezultou o titulo 0,9.

Qual é o numerador? que couza êle reprezenta da liga.

Qual é o denominador? que couza êle reprezenta da liga.

Assim, pois, seja t o titulo de uma liga; p o pezo do metal fino; P o pezo total. Ter-se-á:

$$t = \frac{p}{P} \qquad (a)$$

que quer dizer:

200. *O titulo de uma liga é igual ao quociente da divizão do pezo do metal fino pelo pezo total da liga.*

Tenha isto de memoria.

201 Como você vê, *t* é quociente. Qual é o dividendo? o divizor? Logo

$$p = t \times P \qquad (b)$$

Por qual principio? Logo:

202. *O pezo do metal fino é igual ao titulo multiplicado pelo pezo total.*

Tenha isto de memoria.

Exercicio 114

1. Que é liga?

2. Uma liga é feita de 160 gramos de prata e 40 gramos de cobre. Exponha o seu raciocinio para determinar a proporção do metal fino para o pezo total da liga.

3. Que é que se chama titulo de uma liga?

4. Que significa ser 0,8 o titulo de uma liga?

5. Qual é a regra para se determinar o titulo de uma liga?

6. Mostre como você chega a essa concluzão.

7. Qual a regra para se determinar o pezo do metal fino da liga?

Prove isto.

8. Qual o desconto sobre $100.25 á razão de 3 %?

Para você rezolver como aprendeu no n. 188.

Exercicio 115

1. Uma liga de prata e cobre peza 750 gramos. A prata peza 600 gramos. Qual é o titulo?

2. Uma liga de ouro e cobre peza 1.000 gramos. O cobre peza 200 gramos. Qual é o titulo da liga?

3. O titulo de uma liga de prata e cobre é 0,75. Quantas partes são de prata? Quantas de cobre?

4. Uma liga de ouro peza 500 gramos. Seu titulo é 0,8. Quantos gramos de ouro tem a liga? Quantos do metal inferior?

5. Dê por si mesmo outra questão semelhante.

6. Si $p = t \times P$ (*que quer dizer isto?*), P= .. ...? Porque?

7. Traduza a expressão P na linguajem comum.

8. Si o titulo de uma liga de prata é 0,88 e o pezo da prata é 22 gramos, qual é o pezo da liga?

9. Um pedaço de prata pura peza 60 gramos. Que porção de cobre se lhe deve juntar para ter uma liga do titulo de 0,9?

10. Dê por si mesmo outra questão semelhante.

11. Calcule o pezo que tinha uma pessoa que agora tem 85 *Kg.*, tendo tido um aumento de 1,5 % do mesmo pezo.

II

Moedas

	Unid	*metal*	*titulo*	*pezo em gramos*
Brazil	* 1$000	prata	0,917	12,750
	10$000	ouro	«	8,965
	20$000	«	«	17,930
Portugal	1$000	ouro	0,917	1,774

* Trata-se da moeda antiga Dec. 4822 de 1871.

	unid.	*metal*	*titulo*	*pezo em gramos*
França	franco	prata	0,835	5
Inglaterra	libra	ouro	0,917	7,988
	shilling	prata	0,925	5,655
Alemanha	marco	prata	0,900	5,556
	corôa	ouro	0,900	3,982
E. Unidos	dollar	ouro	0,900	1,672
R. Arjentina	pezo	prata	0,900	25
	arjentino	ouro	«	8,064

203. O dinheiro de Portugal é chamado *moeda forte*, porque as moedas portuguezas têm o dobro do tamanho das brazileiras.

O *franco* se divide em *cem centimos*.

O *marco* em *cem fennigs*.

O *pezo*, em *cem centavos*. O *centimo*, o *fennig* e o *centavo*, são moedas de bronze.

Avalie o pezo do metal fino contido nas moedas supramencionadas.

III

Relações de moedas.

Brazil e Inglaterra.

204. Consideremos a moeda brazileira de 1$000 e o *shilling*.

Você já viu que a quantidade de prata da moeda brazileira é igual a $0,917 \times 12,750 = 11,69175$ *(porque?)*, ou 11g691, aproximadamente; e que a do *shilling* é igual a $0,925 \times 5,655 = 5,230875$ ou, aproximadamente, 5g231.

Então raciocine assim:

Si um shilling, ou 5 g 231 de prata, = 12 pences,

1 gramo de prata $= \frac{12}{5,231}$ *pences.*

Logo o

mil-reis, ou 11^g 691 $= 11,691 \times \frac{12}{5,231}$ *pences.*

Tipo de calculo

```
  11,691
  12
  ------
  23382
 11691
 -------
 140,292  | 5,231
 035672   |------
  042860     26,8 pences, aproximadamente
   01012
```

Como a fração 0,8 do pence é quazi um pence, tomam-se 27 *pences* para o equivalente do *mil-réis* na moeda ingleza.

Que regras do calculo de frações decimaes, aplicou você nas operações acima?

Exercicio 116

Uzando do mesmo raciocinio, veja quanto vale a libra esterlina na nossa moeda.

Eis-aqui as bazes: 27 pences = 1$000.
1 £ = 240 pences.

Você achará para rezultado 8$888.

2. Conhecido o preço da £, procure o de um *shilling* e depois o de um *pence*. Você encontrará respetivamente $444 e $037.

Brazil e França.

3. Procure o prêço de um franco, considerando este e o *mil-réis*.

Você achará que um franco é equivalente a $356.

4. Procure depois o prêço de um centimo, que encontrará $003, i. é, menos de 10 réis.

Brazil e Portugal.

5. Considere a moeda brazileira de 10$ e a portugueza de 1$ e verifique que 1$ portuguez = 1$978 brazileiros.

Brazil e Alemanha.

6. Considere a moeda brazileira de 1$ e o marco, e verifique que um *marco* = $427.

7. Quanto vale o *fennig*?

Brazil e E. Unidos.

8 Considere a moeda brazileira de 1$ e o *dollar* e verifique ser um *dollar* = 1$830.

9. Quanto vale um *cent*?

Brazil e Republica Arjentina.

10. Considere a moeda brazileira de 1$ e o *pezo*, e verifique ser um *pezo* = 1$924.

11. Quanto vale um *centavo*?

12. Procure os valores de moedas de outros paizes, cazo disponha dos dados suficientes.

Avaliação na moeda ingleza

205. *Inglaterra e Brazil.*

Você já viu que £ 1 = 8$888.

Inglaterra e França.

Você já sabe que £ 1 ou 240 pences = 8$888 e que 1 f. = $357.

Raciocine, pois, assim:

Si uma £ ou 240 pences = 8$888, *um real* = $\frac{240}{8.888}$ *pences*.

Logo 1f. ou $356 = 356 × $\frac{240}{8.888}$ pences.

Tipo do calculo.

```
  356
   240
 1424
 712
 85440 | 8.888
 054480   9,6 pences
  01152
```

NOTA. 113—A Enciclopedia Britanica dá: 1 *franco* = 9,5 pences.
Um pence = 4 *farthings*.

Exercicio 117

1. Procure o equivalente de 1$ forte, sabendo que a £ ou 240 pences = 8$888 e 1$ forte = 1$978.

Você achará que 1$ forte = 53 pences ou 4 *shillings* e 5 *pences*—valor confirmado pela Enciclopedia Britanica.

2. Procure o equivalente de um marco, sabendo que £ 1 = 8$888 e 1 marco = $427.

Você encontrará 1 *marco* = *pences* 9,5.

NOTA 114.—A Enciclopedia Britanica dá: 1 *marco* = pences 9 3/4.

3. Procure o equivalente de 1 dollar, sabendo que a £ = 8.888 e um *dollar* = 1$830.

Você encontrará : 1 *dollar* = pences 49,4 ou aproximadamente, 4 *shillings* e 1 1/2 *pence*.

NOTA 115. --- A Enciclopedia Britanica confirma este valor.

4. Procure o equivalente de um pezo, sabendo que a £ = 8$888 e um pezo = 1$924.

Você achará: um *pezo* = *pences* 51,9, ou, aproximadamente, 4 *shillings* e 4 *pences*.

NOTA 116.---A Enciclopedia Britanica dá: 1 *pezo* = 4 *shillings* e 1 *pence*.

5. Mas você pode chegar a estes rezultados comparando diretamente moedas dos dois paizes. Por ex.: o *franco* e o *shilling*.

Faça isto e veja quantos pences vale um franco.

6. Escolha duas outras moedas de paizes estranjeiros para ver quanto uma vale da outra.

206. Tenha de memoria:

O equivalente de uma moeda em moeda de outro paiz, chama-se **valor par**.

Qual é o valor par de um franco ? de um marco ? de uma libra esterlina ? um shilling ? um pence ? um dollar ? um pezo ?

NOTA 117 – A Beljica, a Suissa, a Italia e a Grecia, têm por unidade moneteria o franco. Na Italia, o franco chama-se *lira*, e na Grecia *drachma*.

IV

Cambio

207. Você já sabe quantos *pences* vale 1$; quanto vale um *franco*; um *marco*, etc.

Si, pois, você quizer pagar na Inglaterra certa importancia, não envia diretamente essa importancia; porem, dá aqui a um banco, ou uma caza bancaria, quantia equivalente na nossa moeda e aquele ou esta manda pagar na Inglaterra valor equivalente em *libras*.

Tudo se passa, pois, como si se fizesse troca de uma moeda por outra. E' isto que, em sentido geral, se chama **cambio** (palavra que significa—mudança, troca).

Em sentido restrito a palavra **cambio** significa o preço que tem a moeda de um paiz em outro paiz.

Mas, por motivos que você conhecerá mais tarde, o cambio *ocila* (*varia*) entre nações que fazem tranzações comerciaes, da mesma sorte que os valores das mercadorias.

Por isso, as moedas de um paiz podem valer mais ou menos do que os seus *valores pares* em outro paiz. E' assim que o *mil-réis* pode valer *mais* e *menos* que seu valor par de 27 *pences*; o *franco* pode valer mais e menos que $357; etc.

Assim, pois, as moedas têm dois valores: valor *par*, de que tratámos, e valor *acima* ou *abaixo* do *par*.

A moeda brazileira, desde muito, está abaixo do par; mas atualmente está fixado: 1$ = 15 pences e que deste valor não pode baixar.

Quando se diz, por exemplo, que o cambio aqui está a 16, significa que o *mil-reis* vale apenas 16 *pences*. Por cambio a 15 3/4 entende-se que 1$ vale 15 3/4 *pences*; e assim por diante. Nestas questões o *mil-reis* é uma quantidade constante e o seu preço em *pences*, ou o *cambio*, é uma quantidade variavel. Como as demais nações estrangeiras regulam o seu cambio para o Brazil pelo da Inglaterra, as ocilações do cambio entre o Brazil e a Inglaterra determinam ao mesmo tempo as ocilações de cambio entre o Brazil e outra qualquer nação.

Preços das moedas estranjeiras ao cambio de 15

a) Libra esterlina. Dados: £ = 240 *pences*;
15 pences = 1$

Si 15 *pences* = 1$000, 1 *pence* = $\frac{1\$000}{15}$
e 240 *pences* ou

$$£\ 1 = 240 \times \frac{1\$000}{15}$$

Tipo de calculo.

```
240000 | 15
  90   |-------
   0   | 16$000
```

Procure agora o valor do *shilling*, do *pence* e do *farthing*.

208. Raciocine, como ha pouco, para os cazos seguintes:

Franco. Dados: 15 *pences* = 1$000;
1 *franco* = 9 ½ *pences*
Você achará: 1 *franco* = $633.
Mil-réis forte. Dados: 15 *pences* = 1$000;
1$000 forte = 4 *shillings* e 5 *pences*, ou 53 pences.
Você achará: 1$ forte = 3$533.
Marco. Dados: 15 *pences* = 1$000;
1 *marco* = 11 ½ *pences*.
Você achará: 1 *marco* = $766.
Dollar. Dados: 15 *pences* = 1$000;
1 *dollar* = 4 shillings e 1 ½ *pence*, ou 49,5 *pences*.
Você encontrará: 1 dollar = 3$466.

NOTA 118. – Confronte os rezultados a que você chegar com uma tabela de cambio. Si houver diferença, será pequena, e proveniente das relações monetarias, fixadas de acordo com interesses comerciaes.

Divida 40.5 em partes proporcionaes a 1, 2, 4,5 e 0,9

Exercicio 118

Que é cambio?
Ao cambio de 15 1/4 calcule o valor de:
uma libra esterlina
um franco
um dollar
um marco
um pezo
mil-réis forte.

Divida $400.75 em partes proporcionaes a $540.48 e $365.30. O tempo relativo ao 1°. capital é 8m e ao 2.°; é 6 m.

Exercicio 119

1. Ao cambio de 15 1/2 calcule: quantas £ são 360$840.

RACIOCINIO – Se 1$ custa 15 1/2 *pences* ou 15,5 *pences*, 360$840 (isto é, 360 vezes 1$000 e mais 0,840 de 1$) custam 360,840 × 15,5 *pences*.

O produto virá expresso em *pences* que você converterá em *libras*.

2. 150$000 são quantos francos?
3. 500$000 « « marcos?
4. 30$000 « « dollars?

5. 300$000 são quantos pezos?
6. 1.000 francos « « *libras* ?
7. 400 marcos « « francos?
8. 100 dollars « « francos?
9. 341 pezos « « *libras* ?
10. 1.000$000 em moeda forte.

Exercicio 120

1. 1 £ custou 15$000. Qual era o cambio?

Exponha assim: O cambio que se procura é o preço de 1$. Si 1 £ ou 240 *pences* custaram....., 1$000 custou 240 *pences* : 15 = ...

2. Um franco está por $595. Qual é o cambio? Exponha assim: O cambio que se procura é o preço de 1$000. Dizer que um franco está por $595 é o mesmo que dizer: $595 custam 9 1/2 *pences*, pois que 1 franco = 9 1/2 *pences*. Si $595 (ou 0,595 do *mil-reis*) custam 9 1/2 pences, 1$000 custa 9,5 *pences* : 0,595 = ...

A estes cazos reduza os seguintes:

3.	1.460$	fazem	£ 100.	Qual é o cambio?	
4.	126$	«	200 francos	«	«
5.	1.776$500	«	450$ fortes	«	«
6.	62$	«	20 dollars	«	«
7.	7$500	«	10 marcos	«	«
8.	46$500	«	15 pezos	«	«

9. Calcule outras importancias e em outras moedas.

10. Passe para a Inglaterra a importancia de 600 francos a cambio de 15 1/16.

11. Passe mais £ 50 para os Estados Unidos a cambio de 16 5/8.

Cambio indireto

209. Até aqui temos visto somente o cambio entre duas praças; mas muitas vezes, pelo estado do cambio, uma praça comercial A, em vez de sacar diretamente a favor de outra B, prefere sacar sobre uma terceira C, para esta por sua vez sacar sobre B.

O cambio entre duas praças se diz **cambio direto**; o cambio calculado entre duas praças por intermedio do cambio de outra ou outras, se diz **indireto.**

Ex.: Um negociante A do Maranhão deve a outro de Paris um saque de 1.000 francos. O cambio está a 15 $^7/_8$ para o Brazil e por conseguinte um franco custa $600; e a 26^fr^50 por uma *libra* entre a Inglaterra e a França. A quer saber si lhe é mais vantajozo sacar sobre Inglaterra a favor de Paris.

EXPOZIÇÃO: Tudo se reduz a saber si um *franco* na Inglaterra custa mais ou menos de $600 ao negociante do Maranhão.

Vejamos então o custo de um *franco* na Inglaterra.

Si 26^f^50 custam £ 1 ou 240 *pences*, um *franco* custa $\frac{240}{26,50}$ *pences*.

Tipo de calculo

2400	26,5
001500	9,056 *pences*
01750	

Vamos ver quanto custam 9,056 *pences* em moeda brazileira.

Si $15\,^7/_8$ *pences* ou 15,875 custam 1$000, 1 *pence* custa $\frac{1\$000}{15,875}$.

Logo 9,056 *pences* cuastam $9,056 \times \frac{1\$000}{15,875}$.

Tipo de calculo

```
9056000 | 15875
111855  |  570
00072
```

Logo é mais vantajozo o cambio indireto.

A lucra $1000 \times (\$600 - \$570) = \ldots\ldots\ldots$

O cambio sobre o Brazil está a 16; entre a Inglaterra e a França a 25 fr 50 por £ 1.

Preciza-se de pagar um saque de 350 *francos*.

Como é mais vantajozo fazer o pagamento?

A negociava com 3500$ e perdeu 53$840 durante o ano. Quantos por cento do capital foi o prejuizo?

V

Valor do ouro e da prata

210. Como sabe, as moedas a que nos temos referido, são uma certa quantidade de gramos de ouro ou de prata (*á parte o metal inferior da liga*), e por isso, quando ocilam com o cambio os valores das ditas moedas, tambem ocila o valor de um gramo de ouro ou de prata, para todos os objetos fabricados com estes metaes.

Vejamos, pois, o valor do ouro e da prata, conforme o cambio.

211. Valor par de um gramo de ouro amoedado. Considere a nossa moeda de ouro de 10$000, por exemplo, cujo pezo legal é, como sabe 8*g*965.

Daqui você deduz que *um gramo de ouro amoedado vale* 10$000 : 8,965

Tipo de calculo

```
10.000000 | 8,965
 1 035555 | 1$115
   13882
     480
       4
```

Quanto vale, pois, um gramo de ouro amoedado?

212. Valor par de um gramo de ouro puro.

Dados: *a moeda de ouro de 10$000*;
o pezo do ouro nela contido (qual é êle ?) .

Faça o calculo e achará 1$215.

213. Valor par de um gramo de prata amoedada. Por lei, o valor da prata é $^1/_{15,625}$ do ouro. Logo, custando um gramo de ouro amoedado 1$115, o de prata custa 1$115 : 15,625.

Tipo de calculo

```
1115000 | 15,625
0021250 | 71
  05625
```

Quanto custa, pois, um gramo de prata amoedada?

214. Valor de um gramo de prata pura.
Dados : *um gramo de ouro puro vale* 1$215;
relação do valor da prata para o ouro — $^1/_{15,625}$.
Faça o calculo e encontrará $077.

215. A oitava de ouro. Antes de adotar o sistema metrico decimal, o Brazil tinha o seu sistema de medidas, das quaes a unidade de pêzo se chamava *libra* (*equivalente a 459 gramos*), que se dividia em *16 onças* e a *onça* em *8 oitavas*.

Como ainda hoje é comum avaliar o ouro e a pratá com a oitava, convem a você saber tambem quanto custa uma oitava de ouro ou de prata.

Si você ainda não tiver visto a oitava, procure-a em alguma ourivezaria.

Uma oitava = 3g5863.

216. Valor par da oitava de ouro amoedado.
Dados : *1 gramo de ouro amoedado* = 1$115;
1 oitava = 3g5863.
Faça o calculo e encontrará 3$998.

217. Valor par da oitava de ouro puro.
Dados : *1 gramo de ouro puro vale 1$215*;
1 oitava = 3g5863.
Faça o calculo e achará 4$359.

218. Valor par da oitava de prata amoedada.
Dados : *1 gramo de prata amoedada custa $071*;
1 oitava = 3g5863.
Faça o calculo e terá $255.

219. Valor par da oitava de prata pura.

Dados : *1 gramo de prata pura custa $077;*
1 oitava = 3 g 5863.

O calculo lhe dará $278.

O ouro e a prata ao cambio 15

220. Ouro amoedado. Raciocine assim:

Para eu saber quanto custa um gramo de ouro ao cambio 15, precizo de saber quanto custaria um gramo ao cambio 1.

Ora, si ao cambio 27, um gramo de ouro amoedado custa 1$*115*, ao cambio *1* custaria 1$*115* × 27. Logo ao cambio *15*, custa *(1$115* × 27) : *15*.

Faça o calculo e achará 2$007.

Exercicio 121

1. Ao mesmo cambio calcule:
   um gramo de ouro puro;
   um gramo de prata amoedada;
   um gramo de prata pura.
2. Ao mesmo cambio:
   quanto custa a nossa moeda de 10$? a de 20$?
3. Si você tivesse a vender das nossas moedas, dezejaria que o cambio estivesse ao par ou a 15 ? a 15 ou 15 ¹/₄ ? porque ?
4. Em quanto importam 100$ ouro ao cambio de 16 ?
5. B. sofreu uma avaria e apurou 890$ ou 70 % do capital. Quanto era o capital ?

VI

221. Auje do ouro. Você já sabe que a nossa moeda de 10$ vale 17$992 ao cambio de 15, i. é, 7$992

mais que o seu primitivo valor. Vejamos agora *quantos por cento* deste é aquela diferença.

Então 10$ é considerado o *capital*; 7$992, juro.

Procura-se a *taxa* (*que formula se aplica?*).

$$i = \frac{100 \times 79{,}92}{10.000} = 79{,}92$$

Assim, pois, *ao cambio 15, o ouro vale mais 79,92 %*.

E' esta *taxa* que se chama **premio ou auje do ouro**.

Quer isto dizer que, si você tiver a pagar 500$ ouro ao cambio *15* e não o puder fazer nessa especie, fará em papel, pagando mais 79,92 % de 500$.

Veja em quanto importa.

NOTA 119.— Já houve tempo, quando o cambio esteve acima do *par*, que o ouro *valeu menos* que o papel.

Suponha o cambio a 15 1/4 e avalie o auje do ouro e da prata.

222. Depreciação do papel ao cambio 15.

Raciocine assim:

Si ao cambio par, *1*$000 = 27 *pences*, ao cambio *1*, valeria 27 vezes menos, i. é, *1*.000 : 27. Logo, ao cambio *15* vale *15* vezes mais, *i. é*,

$$15 \times (1000 : 27)$$

Faça o calculo e achará $555.

Assim, ao cambio 15, 1$ papel vale menos 1$000 — $555 = $445.

Veja *quantos por cento* menos do valor primitivo (*que formula aplica?*).

Você achará que em tal hipoteze a moeda papel perde 44, 5 %

E' o que se chama depreciação ou **desconto do papel**.

Suponha o cambio a $15\,^1/_{16}$ e avalie a depreciação do *papel*.

Quando você quizer formular problemas de cambio, tenha em vista que as frações cambiaes são $^1/_{16}$, $^1/_8$, $^3/_{16}$, $^1/_4$, $^5/_{16}$, $^3/_8$, $^7/_{16}$, $^1/_2$, $^9/_{16}$, $^5/_8$, $^{11}/_{16}$, $^3/_4$, $^{13}/_{16}$, $^7/_8$, $^{15}/_{16}$.

Exercicio 122

1. Suponha ser um negociante que tem a pagar á Alfandega um despacho de 1.500$. Um terço desta quantia deve ser pago em ouro. Em quanto importa o despacho, si você fizer o pagamento em papel.

Basta você conhecer o *auje* do ouro.

Suponha tambem que você é possuidor da quantia de 2:500$, estando o cambio a $15\,^5/_8$. Que importancia terá você em ouro?

Basta você conhecer a depreciação do papel.

3. Quanto lhe dará em papel a quantia de 690$ ouro, estando o cambio a $15\,^1/_8$?

4. Um vapor contava com 15 dias de viajem, mas em virtude de transtorno na maquina, reduziu a velocidade a $^3/_4$ do que era.

Quantos dias terá de viajem?

SEÇÃO VIII

I

Media

223. Um numero se diz **media** entre outros, quando está compreendido entre o maior e o menor dêles. Ex.: 5 é media entre 7 e 3. 4 é media entre 1, 3 e 8.

A necessidade de se conhecer a media de numeros dados se torna evidente pelos problemas seguintes:

Um negociante tomára as seguintes notas de vendas diarias:

2.ª feira	35$040
3.ª «	28$000
4.ª «	39$500
5.ª «	38$000
6.ª «	46$000
Sabado	43$400

Quer saber, para ter um termo de comparação para suas despezas, quanto faria diariamente tendo o mesmo rezultado.

E' evidente que a venda diaria procurada não pode ser maior que 46$000, nem menor que 28$000, nem tão pouco igual a estes numeros. Logo é a *media* entre êles.

E' tambem evidente que 6 vezes o numero procurado deve dar o mesmo que a soma das vendas parciaes; logo êle será encontrado, dividindo-se esta soma por 6.

Tipo de calculo

```
  35$040
  28$000
  39$500
  38$000
  46$000
  43$400
 --------
 229$940 | 6
   41 122 |--------
          | 38$323
```

R. Deve fazer diariamente nunca menos de 38$353.

Exercicio 123

1. Um negociante calcula fazer no 1.º trimestre do ano a despeza de:

367$500	em Janeiro
389$000	« Fevereiro
400$000	« Março

Para ocorrer a esta despeza conta com os lucros do seu negocio e por isso preciza de saber quanto deve ter de lucro mensalmente, no minimo, para não comprometer o seu capital. Qual deve ser, pois, o lucro mensal ?

2. A uma escola compareceram:

2.ª feira	38 alunos	5.ª feira	35 alunos
3.ª «	40 «	6.ª «	25 «
4.ª «	29 «	Sabado	36 «

Qual seria a frequencia media ?

3. Uma pessoa tinha uma partida de 300 kilos de assucar para vender a $380 o kilo. Encontrou as ofertas:

100 kilos á razão de $360
100 « « $410
100 « « $365

Quer saber si efetuando assim a venda, ganha ou perde.

4. Um particular queria pôr o seu capital a juros de 8 %. Podia dividil-o em 4 partes iguaes e pôr:

uma parte num banco a 10 %;
outra numa caza comercial a 9,5 %;
outra na Caixa Economica a 5 %;
empregar a outra em ações que davam 6,5 %;
Teria assim rendimento igual ao de 8 % ?

5. O termometro marcava :

de manhã	25°
meio-dia	27°
de tarde	26°5'

Qual foi a temperatura media ?

6. Diga, pois, em termos geraes como se obtem a media de numeros dados.

7. Prove que a soma de numeros dividida pelo numero dêles, está sempre compreendida entre o maior e o menor.

Indicação: Suponha primeiro todos os numeros iguaes ao maior e depois iguaes ao menor.

8. A media de dois numeros é 5 e um dêles é 3. Qual é o outro?

9. Um alunno teve as seguintes notas:

Leitura.....	8	Calculo.....	9
Escrita	6	Dezenho....	5

Qual a nota do seu aproveitamento.

11

Regra de mistura

224. Misturaram-se 10 kilos de café de $800 o kilo com 25 kilos de 1$100. Por quanto se pode vender um kilo da mistura?

RACIOCINIO. O kilo da mistura deve custar mais de $800 e menos de 1$100; logo é uma media entre estes dois numeros e tal que aquela quantidade de 10 + 25 kilos, vendida a essa razão, produza importancia igual á das partes misturadas.

Assim, pois, a importancia dos kilos misturados : por 10 + 25, numero destes, deve dar o preço do kilo do misto.

Calculo

10 k de café de $800.....	8$000	
25 k « « 1$100.....	27$500	
35 k «	35$500	35
	150	1$014
	01	

R. 1. k da mistura custa 1$014.

225 Pretende-se misturar café de $900 e de $650 para vender o kilo a $850. Quantos kiios de cada qualidade.

RACIOCINIO. *Vendendo-se por $850 café de $650, ganha-se em kilo $850 — $650 = $200.*

Vendendo-se por $850 café de $900, perde-se em kilo, $900 — $850 = $050.

E' precizo, pois, que o ganho compense a perda, i. é, x * $\times 50 = 200$;
donde (porque?) $x = 200 : 50 = 4$.

* *x é a quantidade de kilos de café de $900 para 1 de $650.*

Por conseguinte, pode-se misturar 1 kilo de café de $650 com 4 kilos de $900; ou tambem 2 kilos do 1º. e 8 do 2.º; ou, de modo geral, *tantos* kilos do 1º. com *4 vezes outro tanto do 2º.*

Exercicio 124

1. Proponha um problema de mistura como o primeiro acima.

2. Idem, idem, como o segundo.

Quantas soluções pode ter este?

3. Misturaram 2 litros d'agua com 10 litros de vinagre de $450 o litro. Por quanto se pode vender um litro do misto?

4. A e B trabalharam na abertura de uma estrada. A trabalhou 5 dias, 10 h por dia; B trabalhou 7 dias, 9 h por dia. Fizeram 150 m.

Quantos metros por dia eram feitos por A?

E por B?

5. Fundiram-se 3 kilos de prata com $^1/_2$ de cobre. Quanto de prata num kilo do misto?

6. Uma oitava de prata valia $260 e uma oitava de ouro 15,5 vezes mais que a prata.

Fundiram-se 5 oitavas de prata com 6 de ouro. Quanto valia a oitava do misto?

7. Quantas oitavas de ouro devem-se misturar com 3 oitavas de cobre, para que uma oitava do misto tenha $^4/_5$ de ouro.

8. Alguem misturava café torrado com milho torrado e vendia como si fosse café puro, á razão de 1$500 o kilo. Em 2 kilos de café punha meio de milho. O café custou $900 e o milho $120. Quanto ganhava?

9. Formule por si mesmo outro problema de mistura ou de liga e rezolva-o.

111

A hora

226. Supõe-se que o aluno tenha noções do seguinte:

Equador, meridianos, latitude, lonjitude, circunferencia e sua divizão; meridiano do Rio de Janeiro, de Paris, de Greenwich;

a Terra, sua forma, movimentos e fenomenos que dêles rezultam;

donde rezulta a noção do tempo chamado HORA;

quando é MEIO-DIA *ou* MEIA-NOITE *num dado logar;*

si nessa ocazião os logares á direita ou á esquerda deste, já tiveram o seu MEIO-DIA *ou* MEIA-NOITE; *etc.*

Daqui você compreenderá porque varia a hora nos diversos logares do globo terrestre.

Exercicio 125

1. Procure no globo ou no mapa:

a latitude do Rio de Janeiro;
« « S. Luiz do Maranhão;
« « Recife;
« « Paris;
« « Londres;
« « Washington; etc.

2. Tomando o meridiano do Rio de Janeiro, determine a lonjitude das ditas cidades.

3. Mostre no glôbo ou no mapa todos os logares que têm *meio-dia* na mesma ocazião; *meia-noite*; nacer do sol; pôr do sol.

4. Em que tempo a terra faz sobre si mesma uma revolução de 360° ?

5. Quantos graus de rotação ela faz em *uma* hora ? em um minuto ? num segundo ?

Dê os porquês.

6. Sendo meio-dia num certo meridiano, que horas são no meridiano que demorar 15° a lestė ? 15° a oeste ?

7. Portanto, para uma diferença de 15° na lonjitude de dois logares, qual é a diferença na hora desses logares? para a diferença de 15' ? para a de 15'' ?

8. Quantas horas de diferença na hora marcada pelo Rio de Janeiro e a dos meridianos que ficarem 30° a leste ? 37° 30' ? 45° ?

Dê os porquês.

9. E nos meridianos que distarem 3°45' de lonjitude oriental ? 7°30' ? 11°15' ?

Lembre-se de que 3°.45 = 225'.
Que diferença de tempo corresponde a 15' ?

10. Sendo 9 horas da manhã no meridiano do Rio de Janeiro, que horas são nos meridianos de que trata o exercicio precedente ?

11. Quando são 12 horas no Rio de Janeiro, é de manhã ou de tarde em Paris ? E que horas ?

12. Um proprietario tinha uma caza cujo aluguel mensal era 45$. Rezervava 2,25 % para despezas com a mesma. Quanto restava ?

Exercicio 126

1. Dada, pois, a hora de um certo meridiano, para se calcular a diferença de hora dos logares cuja distancia desse meridiano é conhecida em graus, ou minutos, ou segundos, que é que se faz ?

2. Rezolva, pois, estes problemas: E' *meio-dia* em Roma. Que horas são no Rio de Janeiro?; . 9^h20^m em New-York, que horas são no R. de Janeiro? $10^{h\,1/4}$ em Viena. Que horas são em Madrid ?

3. Proponha e rezolva outros problemas semelhantes. Que operações tem empregado na rezolução destes problemas ?

5. 205$ é a importancia de uma letra e juro de 8%. Qual é o capital?

Exercicio 127

1. Mencione as unidades de tempo com as respetivas notações.

2. Reprezente 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 20 dias em frac. ord. irredutivel do mez de 30 dias.

3. Idem, 1, 2, 4, 7, 14 dias, id. id. do mez de 28 dias.

4. Pode fazer o mesmo si o mez tiver 31 dias? porque ?

5. Reprezente 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9 mezes em frac. ord. irredutivel do ano.

6. Idem, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 16 minutos id. id. da hora.

7. Idem, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 20, 30, 40, 50 segundos id. id. do minuto.

8. Repita os itens 2, 3, 5, 6 e 7, deste exercicio, uzando, porem, de frac. dec.

9. Leia, uzando da linguajem comum:

0^d5	0,5 do minuto	0,5 do segundo
0^a25	0^a75	$^1/_4$ do ano
0^a5	$^3/_4$ do ano	$^1/_2$ do ano
$^2/_3$ do ano	$^5/_{12}$ do ano	$^1/_4$ de Fevereiro

10. Remete-se uma quantia pelo correio e paga-se 0,2 % de porte. Entrega-se ao empregado 350$. Qual foi a importancia remetida?

Exercicio 128

1. Avalie a diferença da hora do Rio de Janeiro e a de cada um dos Estados do Brazil.

2. A diferença da hora de dois logares é 3 horas Qual é a distancia comum em graus?

3. A diferença da hora de dois logares A e B é 30^m. Qual a distancia comum em graus?

4. Qual a distancia em graus entre dois logares A e B, si a diferença de hora é $2^h 3^m$?

5. Um meridiano C tem o meio-dia $1^h 15^m$ depois de outro meridiano D. Qual a lonjitude de C, sendo escolhido o meridiano D?

6. São $11^h 45^m$ num certo logar B quando noutro C são $8^h 10^m$. Qual a distancia comum.

7. São 2^h em S. Luiz do Maranhão. Qual a lonjitude a que ficam daqui os logares onde são apenas $11^h \, ^3/_4$?

8. Qual a lonjitude a que ficam daqui os logares cuja hora é atrazada de 20^m relativamente á nossa?

9 Proponha e rezolva problemas semelhantes.

10. Faça uma tabela de logares cuja hora seja adiantada relativamente á nossa; e outra de logares cuja hora seja atrazada, consignando o adiantamento e o atrazo.

11. Uma pessoa que navega do seu logar para leste, tem a hora marcada pelo seu relojio, adiantada ou atrazada relativamente á do relojio do logar onde estiver?

12. Na distancia de 45' a leste, qual será a diferença de hora marcada pelos dois relojios?

13. 130 *pezos* produziram 12 *pezos* a juro de 3,5 % ao ano. Qual o tempo?

IV

Pezo especifico

227. Você vai vêr agora como obter o pêzo de um corpo, dado o seu volume, e vice versa.

Já sabe a correspondencia entre unidades de *pezo* e de volume (*onde se tratou disto?*).

Qual é a unidade de volume correspondente ao gramo ? ao kilogramo ?

Diga porque.

Si um volume d'agua destilada mede *10* litros, qual é o seu pêzo ? si peza 500 gramos, qual o volume ?

Vejamos agora que do mesmo modo, conhecido o volume de um corpo, podemos determinar o seu pezo, uma vez conhecido o pezo da unidade de volume.

Com efeito, suponha ser o volume de um corpo *20 centimetros cubicos* e o centimetro cubico desse corpo peze *15 gramos*.

Qual é o pezo total ?

Como chega a esse rezultado ?

Tenha, pois, de memoria:

228. *O pezo de um corpo é igual ao volume* × *o pezo da unidade de volume.* *(1)*

Mas, por definição,

229. *o pezo da unidade de volume de um corpo*, chama-se **pezo especifico** desse corpo.

Então, a lei acima tambem pode ser concebida nos seguintes termos:

230. *O pezo de um corpo é igual ao seu volume* × *o pezo especifico.*

Que é pezo especifico de um corpo?

231. Formulas. Seja v o volume de um corpo, p, o pezo especifico, P, o pezo total. Será:

$$P = v \times p. \qquad (2)$$

desta se deduz:

$$v = \frac{P}{p} \qquad (3)$$

(por qual principio?)
e tambem:

$$p = \frac{P}{v}. \qquad (4)$$

Que quer dizer a formula (*3*) ? e a (*4*) ?

Tenha de memoria as mesmas formulas, bem como os seus enunciados.

Exercicio 129

1. Certo volume d'agua destilada era 5l5. Quanto pezava ? *Explique.*

2. Como se tem o pezo de um corpo, sendo dados o seu volume e o pezo especifico ?

3. Diga de memoria as formulas do *pezo total, volume e pezo especifico* de um corpo.

4. Tomemos o *centimetro cubico* por unidade de volume. Si o corpo em questão fôr a agua destilada, qual é o pezo especifico ?

Si o corpo em questão fôr mais pezado ou mais leve que a agua destilada, o pezo especifico é maior ou menor que *um gramo* ?

5. Por experiencia, sabe você que ha corpos que

pezam muito sob um pequeno volume; e outros pezam pouco sob um grande volume.

Mencione algum desses corpos.

6. Então, quando P é maior que v? quando é menor?

7. Quando p é menor que 1? quando é maior?

8. Um tapête com 1^m de comprimento e 0^m80 de largura, foi vendido por 20$. Por quanto se venderia um de 1^m5 de comprimento sobre 1^m de largura?

232 Determinação do pezo especifico.

De que quantidades depende o *pezo especifico*?

Como pode você obter P?

v pode-se obter de varios modos.

Não perca de vista a correlação entre a unidade de pezo *e* a *de* volume: *quando a unidade para* v *for o* centimetro cubico, *a unidade para P deve ser o* gramo; *si para aquele for o* litro, *para este ha de ser o* kilo.

233. Liquidos. *3 litros de oleo de oliveira pezam* 2^k745. Determinemos o pezo especifico.

Qual é a formula aplicavel ao cazo?

No cazo ocorrente, qual o valor de P? e o de v?

Faça o calculo e achará: $p = 0,915$.

234. Solidos. Determina-se P por meio da balança.

Para achar v, tome um copo graduado, desses que se uzam nas farmacias (*a graduação para gramos é a mesma para centimetros cubicos*).

Ponha o corpo dentro do copo e depois agua ou areia bem fina, até cobrir inteiramente o corpo em questão. O nivel da areia ou da agua marcará uma certa quantidade de centimetros cubicos.

Retire o corpo e o nivel baixará de uma quantidade igual ao volume do mesmo corpo, e marcará outra quantidade de centimetros cubicos.

A differença dos dois niveis deve ser igual ao volume do corpo.

Exemplo. Um pedaço de enxofre peza 18g270. Posto com agua no copo graduado, verificou-se o nivel 39 centimetros cubicos, e retirado o corpo, o nivel baixou para 30 centimetros. *Qual é o valor de v? o de p?*

Faça o calculo e ha de achar: $p = 2,09$.

Exercicio 130

1 Diga o que faria para ter o pezo especifico de um liquido.

2. Idem, idem, de um corpo solido.

3. Que correspondencia deve haver entre a unidade de pezo e a de volume do corpo?

4. Si puder, forme uma tabella de pezos especificos.

5. Qual é o corpo cujo pezo especifico é tomado por unidade?

6. Que quer dizer que o pezo especifico de um corpo é, por exemplo, 1,40? 0,78?

7. O pezo especifico da agua do mar é 1,026. Quanto pezam 1.000 litros da mesma agua?

Que formula aplica você?

8. O pezo especifico do ferro é 7,788. Qual o volume de uma barra de ferro pezando 100 kilos?

Que formula se aplica?

9. Um empregado publico recebia mensalmente 154$400; pagava, porem 2 % sobre 100$ e 0,25 % sobre o resto. Qual era o liquido?

CONTEÚDO

Seção I

Pajs.

Preliminar

Seção II

Operações aritmeticas

Seção III

Frações ordinarias

Seção IV

Frações Decimaes

Seção V

Sistema metrico decimal

Seção VI

Metodo «Redução á Unidade»

Seção VII

Avaliação de Moedas

Seção VIII

Errata

Na pajina 20, onde está $1^m\ 1^{md}$, leia-se $1^m\ 1^{dm}$

« « 119, « « $\overset{3}{15}\times\overset{4}{8}\times 7:2\times 5$, leia-se $\overset{3}{15}\times\overset{4}{8}\times$ [illegible] 2×5.

Na pajina 151, onde está $\frac{2\times 3:2}{4:2}=$, leia se $\frac{2\times 3:2}{4:2}=$

« « 154, « « $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{4}$, « $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$

« « 158, « « $\frac{7}{8}\times\frac{4}{9}\times\frac{15}{16}$, « $\frac{7}{8}\times\frac{4}{9}\times\frac{15}{14}$

« « 164, « « $35^k\ {}^3/_4$, « $35^l\ {}^3/_4$

« « 177, « « 0,305, « 0.303

« « 181, « « *que* 100, « *que é* 100.

« « 188, « « *que dividendo*, leia-se: *que o dividendo.*

Na pajina 209, onde está: *que uzados*, leia-se: *que não são uzados.*

Na pajina 209, onde está: *salvo militro*, leia-se: *salvo o mililitro.*

Na pajina 240, onde está: *a quantidade de cobre é 0,2 da liga*, leia-se: *a quantidade de cobre é 0,1 da liga.*

Na pajina 240, onde está: *as frações 0,9 e 0,2*, leia-se: *as frações 0,9 e 0,1.*